УДК (075.8)311

д.військ.н., проф. **Городнов В.П.** (НАНГУ, Харків)
к.військ.н., доц. **Ковальов І.В.** (НАНГУ, Харків)
Дружинін В.С. (ВА, Одеса)

DOI: http://doi.org/10.17721/2519-481X/2023/80-03

МОДЕЛЬ ОЦІНКИ МАТЕМАТИЧНОГО СПОДІВАННЯ ШВИДКОСТІ ВИТРАТИ ПАЛЬНОГО ПІДРОЗДІЛОМ ЗБРОЙНИХ СИЛ УКРАЇНИ

Вивчення досвіду ведення антитерористичної операції та операції Об'єднаних сил у війні з Російською Федерацією дозволяє зробити висновок про те, що на сьогоднішній день застосування сучасних засобів вогневого ураження у поєднанні з новими підходами ведення розвідки істотно вплинуло на підвищення інтенсивності та швидкості переміщення військ в ході бойових дій. В таких умовах можуть з'являтися випадкові (непередбачені) витрати пального з одночасним раптовим зниженням його запасів нижче визначених (допустимих) норм. Непередбачене падіння запасів пального у військовій техніці може бути пов'язане з багатьма факторами і, як наслідок, створювати умови, що не дозволять виконувати завдання у наступі, під час розвитку успіху та при вирішенні інших бойових завдань у наступну добу бойових дій.

З метою забезпечення виконання бойових завдань частинами та підрозділами ЗСУ та недопущення обмеження їх боєздатності у зв'язку із непередбаченою нестачею пального в ході операції, виникає необхідність у розробці математичної моделі, застосування якої у подальшому дозволить розраховувати час, після якого рівень запасів пального знизиться нижче за допустиму норму, і в динаміці роботи штабів логістики сприяє своєчасному забезпеченню потреб військ.

У статті вперше отримані прості вирази для розрахунку необхідного обсягу вибірки випадкової величини швидкості витрати пального у підрозділі ЗСУ і для похибки оцінки математичного сподівання цієї величини у вибірці, що гарантує виконання вимог до точності розрахунків при обсягу вибірки істотно меншому, ніж традиційний і без використання понять "довірчий інтервал" і "довірча ймовірність", та відповідає обмеженим можливостям підрозділів ЗСУ зі збору статистики під час бойових дій.

Розроблена модель може бути використана для подальших розробок математичних інструментів прогнозування можливих витрат пального, для передбачення потреб та для своєчасного забезпечення військ пальним до встановлених норм.

Ключові слова: випадкові витрати пального, середнє арифметичне випадкової величини, число спроб, обсяг вибірки.

Вступ та постановка проблеми. Процес управління військами (силами) пов'язаний з необхідністю прийняття рішень з численних питань організації їх життєдіяльності. При цьому існують сфери діяльності, в яких рішення слід приймати на основі дослідних, у тому числі експериментальних оцінок, що мають статистичний характер. Прикладами питань у таких областях можуть бути:

– прогноз початкових та залишкових ресурсів озброєння та військової техніки;

– визначення живучості зразків озброєння та військової техніки;

– прогноз необхідної номенклатури та кількості запасних частин для зразків озброєння та військової техніки на період їх експлуатації у повсякденних та у бойових умовах;

– визначення норм витрати паливно-мастильних матеріалів автомобільної та іншої техніки при її експлуатації у мирний час та в ході бойових дій.

У зв'язку з цим, при плануванні робіт та експериментів зі статистичної оцінки параметрів зазначених та інших реальних процесів виникає необхідність визначення такого обсягу $\boldsymbol{n}$ вибірки, який з необхідною ймовірністю β забезпечує оцінку параметра $\boldsymbol{X}$ з похибкою $\Delta \boldsymbol{X}$ не більш допустимої $\boldsymbol{\varepsilon}$, тобто за умови ($|\Delta \boldsymbol{X}| \le \boldsymbol{\varepsilon}$). Зворотним є завдання визначення точності $\boldsymbol{\varepsilon}$ оцінки параметра $\boldsymbol{X}$ за вибіркою заданого обсягу $\boldsymbol{n}$.

За результатами вивчення досвіду ведення бойових дій у війні з Російською Федерацією спостерігається зростання інтенсивності та швидкості переміщення військ (сил), ведення бойових дій на широкому фронті, на більшу глибину та у більш високому темпі, ніж це було раніше [1].

За цих обставин, у зв'язку із зростанням інтенсивності експлуатації військової техніки, в різних умовах бойових дій з'являються позапланові (випадкові) витрати пального з одночасним раптовим зниженням запасів нижче допустимих (встановлених) норм.

Для своєчасного поповнення запасів палива органи військового управління повинні мати інструменти для прогнозу часу, після закінчення якого рівень запасів пального в підрозділах та частинах ЗСУ знизиться нижче за допустиму норму.

Однак на даний час методичний апарат, який може дозволити прогнозувати витрати пального підрозділами та частинами ЗСУ з урахуванням випадкової швидкості витрати пального, відсутній. Ключовим елементом такого апарату можуть бути засоби оцінки математичного сподівання випадкової швидкості витрат пального.

Відомі методи математичної статистики, наприклад [2 - 7], дають змогу отримувати оцінку математичного сподівання випадкової швидкості витрати пального з допустимою похибкою. Однак ці методи передбачають необхідність суттєво великого обсягу вибірки (кілька сотень значень випадкової величини), що є недосяжним у ході маневрених бойових дій підрозділів ЗСУ.

Відсутність зазначеного методичного апарату не дозволяє органам військового управління розрахувати час, після якого рівень запасів пального у підрозділах та частинах ЗСУ знизиться нижче за допустиму норму, що створює труднощі у динаміці роботи штабів логістики вирішувати завдання своєчасного поповнення запасів пального. Визначенні обставини роблять актуальною проблему розробки моделі з метою оцінки математичного очікування випадкової величини швидкості витрати пального підрозділами ЗСУ під час бойових дій.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Відоме вирішення цього завдання з використанням центральної граничної теореми [8], нормального закону розподілу $F(x)$ [8, С.175], інтегралу ймовірності $\Phi(x)$ та його зворотної функції $t_\beta = \arg\Phi\left(\beta/2\right)$, величини довірчого інтервалу ε, а також позначення середнього квадратичного відхилення $\boldsymbol{\sigma}$, можна записати у вигляді:

$$n = \frac{t_\beta^2 \cdot \sigma^2}{\varepsilon^2}. \tag{1}$$

Теоретичні оцінки гарантованих меж зміни значень параметрів є важливою точкою опори щодо прийняття рішень, але, у більшості випадків ці оцінки є завищеними. Так, з нерівності Чебишева [8, С. 204] випливає, що гарантована ймовірність відхилення випадкової величини X від свого математичного сподівання $\boldsymbol{m}$ більш ніж на три середні квадратичні відхилення $\boldsymbol{\sigma}$, обмежена і становить $\boldsymbol{P}$ = 1/9 = 0,111:

$$P(|X - m| \geq 3\sigma) \leq \frac{D}{(3\sigma)^2} = \frac{1}{9} \cong 0{,}111. \tag{2}$$

Однак відомо, що, наприклад, для нормального закону розподілу випадкової величини ця ймовірність приблизно дорівнює 0,003 [8, С. 192], тобто приблизно у 37 разів менше. Такі розбіжності можуть призводити до істотної перевитрати ресурсів на організацію вибіркових спостережень і до недооцінювання точності розрахунків за вже наявними вибірками.

Мета статті полягає у розробці моделі визначення мінімально необхідного обсягу вибірки для виконання обґрунтованих оцінок математичного сподівання випадкової величини швидкості витрати пального у підрозділі ЗСУ в ході бойових дій.

Виклад основного матеріалу. Введемо позначення кількості періодів спостереження – $\boldsymbol{n}$ та позначення випадкової швидкості $\boldsymbol{\xi}$ витрати пального в $\boldsymbol{i}$-му періоді спостереження – "$\boldsymbol{x}_i$". На практиці, у якості оцінки математичного сподівання використовують середнє арифметичне значень випадкової величини $\boldsymbol{\xi}$, процес кількісної оцінки якого розглянемо далі.

Об'єктом дослідження у статті є процес визначення мінімально необхідного обсягу вибірки для оцінки математичного сподівання швидкості витрати пального під час бойових дій (випадкової величини ξ).

Предметом дослідження є моделювання процесу визначення мінімально необхідного обсягу вибірки для виконання обґрунтованих оцінок математичного сподівання випадкової величини (ξ) – швидкості витрати пального підрозділом ЗСУ під час бойових дій.

З метою уточнення відповідних граничних співвідношень скористаємося відомим формулюванням теореми Чебишева [8, С. 204]. Якщо в $\boldsymbol{n}$ незалежних випробуваннях спостерігаються $x_1, ..., x_n$ значень випадкової величини ξ, то при $\boldsymbol{n} \to \infty$ середнє арифметичне випадкової величини ξ сходиться по ймовірності до її математичного сподівання $\boldsymbol{m}$. Тобто, за будь-якого $\boldsymbol{\varepsilon} > 0$ и $\delta > 0$ виконується нерівність:

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left| m - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \right| \geq \varepsilon\right) \leq 1 - \delta. \tag{3}$$

Розглянемо процес "збіжності за ймовірністю" середнього арифметичного випадкової величини ξ до її математичного сподівання $\boldsymbol{m}$.

Для кількісної оцінки швидкості "збіжності за ймовірністю" з'ясуємо, як змінюється середнє арифметичне ($\bar{x}_n$) випадкової величини ξ при збільшенні числа спроб, тобто числа доданків під знаком суми у виразі (3) від значення обсягу вибірки, що дорівнює $\boldsymbol{n}-1$, до значення $\boldsymbol{n}$, отримаємо:

$$\bar{x}_{n-1} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1} x_i, \qquad \text{відкіля знаходимо} \qquad \sum_{i=1}^{n-1} \boldsymbol{x_i} = (\boldsymbol{n}-1)\cdot \bar{\boldsymbol{x}}_{n-1}. \tag{4}$$

Наведемо наступне значення середнього арифметичного через його попереднє значення:

$$\bar{x}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n-1} \boldsymbol{x_i} + x_n\right) = \frac{1}{n}\left((\boldsymbol{n}-1)\cdot \bar{\boldsymbol{x}}_{n-1} + x_n\right) = \bar{\boldsymbol{x}}_{n-1} + \frac{x_n - \bar{x}_{n-1}}{n}; \tag{5}$$

Позначимо величину збільшення попереднього середнього значення у виразі (5):

$$\Delta\bar{x}_n = \frac{x_n - \bar{x}_{n-1}}{n} \tag{6}$$

і напишемо вираз (5) коротше:

$$\bar{x}_n = \bar{x}_{n-1} + \Delta\bar{x}_n. \tag{7}$$

Таким чином, нове (наступне) значення середнього арифметичного ($\bar{x}_n$) випадкової величини ξ можна виразити (7) через попереднє значення її середнього арифметичного з урахуванням приросту $\Delta\bar{x}_n$ (6). Так як під знаком суми у виразах (4) і (5) складаються випадкові значення (x_i) величини ξ, то середнє арифметичне випадкової величини ξ, також буде величиною випадковою.

При необмеженому збільшенні обсягу вибірки величина прирощення (6) в рівності (5) прагне до нуля,

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{x_n - \bar{x}_{n-1}}{n}\right) = 0, \tag{8}$$

що дозволяє вважати рівності (5) і (7) варіантом моделі процесу оцінки математичного сподівання випадкової величини, вже придатної для якісної оцінки динаміки цього процесу.

Змінні, що стоять у чисельнику виразу (6), є величинами випадковими. Врахуємо діапазон можливих значень ($x_{\max} \leq x_i \leq x_{\min}$) випадкової величини ξ і спробуємо з'ясувати, як змінюється абсолютна величина збільшення $\Delta\bar{x}_n$ (6) зі збільшенням обсягу вибірки (числа спроб) $\boldsymbol{n}$. Для цього перейдемо до оцінок за модулем виразів у правій і в лівій частині (6) і замінимо вираз у чисельнику формули (6) значеннями максимальної ($x_{\max}$) і мінімальної ($x_{\min}$)

меж діапазону зміни випадкової величини ξ, що призведе до свідомо більшого значення чисельника в (6), отримаємо нерівність:

$$\left|\Delta\bar{x}_n\right| \le \left|\frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}\right|. \qquad (9)$$

Отже, після першого досліду (***n*** =1) величина приросту може дорівнювати величині всього діапазону можливих значень (x_i), після другого досліду (***n*** =2) – величина приросту може дорівнювати половині діапазону, після третього (***n*** =3) – третьої частині діапазону можливих значень, і так далі відбувається ділення діапазону можливих значень на більш дрібні частини.

Сукупність випадкових добавок (6) являє собою знакозмінний ряд з монотонно спадаючими членами ряду. Загальний член ряду (6), при необмеженому зростанні обсягу ***n*** вибірки, дорівнює нулю (8). Тому, відповідно до ознаки Лейбніца, наприклад у [9 - 12], ряд сходиться. В даному випадку, «сходиться за ймовірністю» до математичного сподівання випадкової величини ξ.

Часткова сума ряду не перевищує величини модуля першого з відкинутих членів ряду. Отже, можлива похибка (6) оцінок середнього арифметичного при збільшенні обсягу вибірки (числа спроб) ***n*** буде зменшуватися за законом (6), який мажорується величиною, що стоїть у правій частині нерівності (9).

Знак різниці випадкових величин, що стоять у дужках (6) може бути як позитивним, так і негативним, тому можна стверджувати, що абсолютне значення похибки розрахунків не перевищує величини, що стоїть у правій частині нерівності (9) для будь-якого конкретного обсягу вибірки ***n***.

Таким чином, при необмеженому збільшенні числа спроб ***n*** значення величини (6) збільшення $\Delta\bar{x}_n$ середнього арифметичного, залишаючись випадковою величиною, буде прагнути до нуля:

$$\lim_{n\to\infty}\Delta\bar{x}_n = \lim_{n\to\infty}\frac{x_n - \bar{x}_{n-1}}{n} = 0. \qquad (10)$$

Отже, середнє арифметичне $\bar{x}_n$ (4), (5) випадкової величини ξ буде величиною випадковою за будь-якої кінцевої кількості доданків ($n<\infty$). Однак, при необмеженому збільшенні числа доданків ($n\to\infty$) величина $\Delta\bar{x}_n$ додаткової випадкової складової (6) зменшується (10) аж до нуля.

Таким чином, вирази (5), (6), (7), (9) та (10) є варіантом моделі процесу "збіжності за ймовірністю" середнього арифметичного випадкової величини ξ до її математичного сподівання ***m***.

Для оцінки швидкості (***V***) "збіжності за ймовірністю" візьмемо похідну по ***n*** від лівої та від правої частини нерівності (9), отримаємо:

$$V = \left|\frac{d\Delta\bar{x}}{dn}\right| \le \frac{-\left|x_{\max} - x_{\min}\right|}{n^2}. \qquad (11)$$

З нерівності (11) випливає висновок про те, що швидкість (***V***) "збіжності за ймовірністю" негативна, тобто величина збільшення зменшується зі зростанням обсягу вибірки, і є обернено пропорційною квадрату обсягу ***n*** вибірки. Такий результат дозволяє стверджувати суттєвий вплив перших 10 доданків у розрахунковому виразі (5) для середнього арифметичного випадкової величини ξ і різке (у десятки разів) зниження впливу на величину середнього арифметичного з боку наступних доданків.

Таким чином, враховуючи знакозмінний характер випадкової добавки (6) в моделі (7), можна стверджувати, що основний внесок у визначення значення середнього арифметичного $\bar{x}_n$ випадкової величини ξ вносять перші доданки в сумі (5).

Для загального випадку вибірки довільної випадкової величини виконаємо лінійне перетворення вибірки, яке змінює початок відліку та одиницю масштабу вимірювання членів вибірки – змістимо початок відліку величини членів вибірки на початок координат і змінимо масштаб вимірювання членів вибірки:

$$u_i = (x_i - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min}), \quad i = 1, ..., n.. \tag{12}$$

У такому разі граничні значення діапазону еквівалентної вибірки виявляться рівними:

$$\left.\begin{aligned} u_{\min} &= (x_{\min} - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min}) = 0 \\ u_{\max} &= (x_{\max} - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min}) = 1 \end{aligned}\right\}; \tag{13}$$

$$u_{\max} = 1; \; u_{\min} = 0. \tag{14}$$

При цьому вирази для діапазону значень похибки розрахунків оцінки середнього арифметичного вже випадкової величини u_i у вибірці обсягом $\boldsymbol{n}$ для нормованих членів вибірки набудуть вигляду:

$$\bar{u}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} u_i = \bar{u}_{n-1} + \frac{u_n - \bar{u}_{n-1}}{n}; \tag{15}$$

$$\left|\Delta\bar{u}_n\right| \le \left|\frac{u_{\max} - u_{\min}}{n}\right| = \left|\frac{1-0}{n}\right| = \left|\frac{1}{n}\right|; \tag{16}$$

$$\left|\Delta\bar{u}_n\right| \le \frac{1}{n}. \tag{17}$$

Межі зміни похибки розрахунків середнього арифметичного еквівалентної нормованої випадкової величини u_i та початкової випадкової величини $\boldsymbol{x_i}$ у такій вибірці обсягом $\boldsymbol{n}$ можна представити у явному вигляді:

$$\left.\begin{aligned} &\Delta_{\max.u} = \frac{1}{n}; \; \Delta_{\min.u} = -\frac{1}{n}; \; \Delta_x = x_{\max} - x_{\min}; \\ &\Delta_{\max.x} = \frac{1}{n}\cdot\Delta_x; \quad \Delta_{\min.x} = -\frac{1}{n}\cdot\Delta_x; \\ &\Delta_{\min.u} \le \Delta\bar{u}_n \le \Delta_{\max.u}; \; \Delta_{\min.x} \le \Delta\bar{u}_n \le \Delta_{\max.x}. \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

З нерівності (17) можна знайти обсяг вибірки $\boldsymbol{n_в}$, необхідний для отримання оцінок середнього арифметичного нормованої випадкової величини u_i з похибкою не більшою за допустиму $\left|\Delta\bar{u}_n\right|$:

$$n_в \ge \frac{1}{\left|\Delta\bar{u}_n\right|}. \tag{19}$$

Абсолютне значення оцінки середнього арифметичного початкової випадкової величини $\boldsymbol{\xi}$ і модуля похибки $\Delta\bar{x}_n$ такої оцінки можна покроково знайти з виразу (15) шляхом підстановки в цей вираз рівності (12):

$$\bar{x}_n = \bar{u}_n \cdot (x_{\max} - x_{\min}) + x_{\min}, \tag{20}$$

$$\left|\Delta\bar{x}_n\right| = \left|\Delta\bar{u}_n\right| \cdot (x_{\max} - x_{\min}), \tag{21}$$

$$\frac{x_n - \bar{x}_{n-1}}{n\cdot(x_{\max} - x_{\min})} = \frac{\left(u_n - \bar{u}_{n-1}\right)}{n}. \tag{22}$$

При цьому відносне значення похибки оцінки середнього арифметичного $\bar{x}_n$ початкової випадкової величини $\boldsymbol{\xi}$ можна представити в явному вигляді:

$$\frac{\left|\Delta\bar{x}_n\right|}{(x_{\max}-x_{\min})}=\left|\Delta\bar{u}_n\right|. \tag{23}$$

Для додаткової оцінки можливих чисельних значень похибки розрахунків середнього арифметичного еквівалентної випадкової величини u_i в межах інтервалу значень (18) введемо позначення для відношення величини похибки до розміру цього інтервалу:

$$D_{u.\Delta}=\frac{\left|\Delta\bar{u}_n\right|}{\Delta_{\max.u}-\Delta_{\min.u}}. \tag{24}$$

Приклад зміни величини збільшення $\Delta\bar{u}_n$ оцінок середнього арифметичного $\bar{u}_n$ випадкової величини, яка змінюється в межах $u_i\in[0;1]$, що відповідає початковій рівномірно розподіленій [4] випадковій величині ξ, при зміні кількості спроб $\boldsymbol{n}$ (числа елементів у вибірці) для умов $u_{\min}=0$; $u_{\max}=1$, представлений у таблиці 1 і наведено на рис. 1. Лінії обмежень на рис. 1 отримані відповідно до формули (17):

$$\Delta_{\max.u}=\frac{1}{n};\quad \Delta_{\min.u}=-\frac{1}{n}. \tag{25}$$

Наведений приклад (табл.1, колонка 11) демонструє часткову закономірність, відповідно до якої похибка $D_{u.\Delta}$ (24) оцінки вибіркового середнього еквівалентної рівномірно розподіленої випадкової величини u_i, у вибірці виявляється в три рази менше ширини інтервалу гарантованих значень похибки:

$$\max(D_{u.\Delta})=32\,[\%]. \tag{26}$$

Нерівність (19) дозволяє стверджувати, що з оцінки вибіркового середнього з похибкою не більш ніж $\pm 5\%$ ($\left|\Delta\bar{u}_n\right|=\varepsilon=0,05$) достатнім може бути обсяг вибірки $\boldsymbol{n}_{\mathbf{B}}\geq 20$.

При цьому, у практичних розрахунках може бути врахована часткова закономірність (26), відповідно до якої похибка розрахунків виявляється приблизно в 2-3 рази меншою за діапазон обмежень розміру похибки розрахунків (25). Отже, шукане значення похибки $\varepsilon=0,05$ може бути досягнуто при значеннях допустимої похибки $\left|\Delta\bar{u}_n\right|$ в два рази більших, ніж необхідні, що може відповідати меншому обсягу вибірки:

$$n_в\geq\frac{1}{2\cdot\left|\Delta\bar{u}_n\right|}. \tag{27}$$

У наведеному вище прикладі для досягнення оцінки вибіркового середнього з похибкою не більше $\pm 5\%$ ($\left|\Delta\bar{u}_n\right|=\varepsilon=0,05$) достатнім може виявитися обсяг вибірки $\boldsymbol{n}_{\mathbf{в}}=10$.

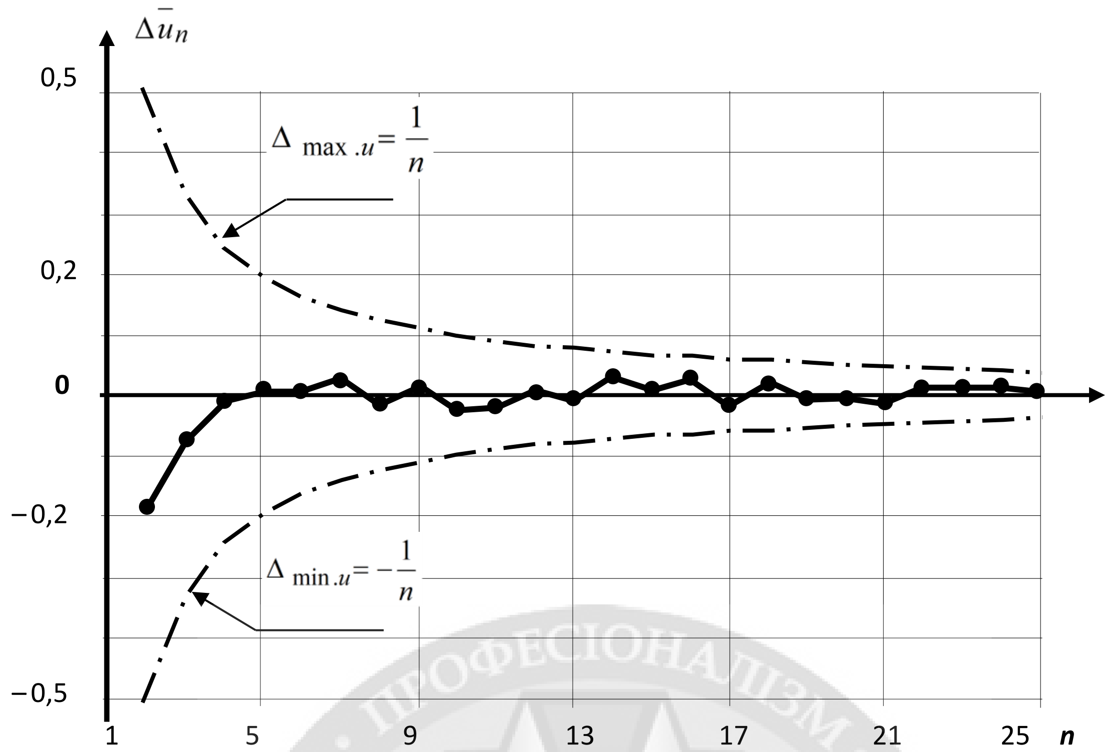

Рисунок 1 - Приклад залежності відносного значення довільної похибки $\Delta\overline{u}_n$ оцінки вибіркового середнього від обсягу вибірки ***n***

Оцінку абсолютного значення похибки розрахунків $\Delta\overline{x}_n$ середнього арифметичного випадкової величини ξ можна також знайти, помноживши оцінку вибіркового середнього нормованої випадкової величини $\boldsymbol{u_i}$ на величину діапазону значень початкової випадкової величини $\boldsymbol{x_i}$ (21).

У свою чергу, якщо за вибіркою обсягу $\boldsymbol{n_B}$ вже отримані значення $\overline{x}_n$ – вибіркового середнього (середнього арифметичного), то відносна похибка, що виникає при цьому, може бути оцінена відповідно до нерівності (17):

$$\frac{\left|\Delta\overline{x}_n\right|}{(x_{\max} - x_{\min})} = \left|\Delta\overline{u}_n\right| \le \frac{1}{n_{\text{в}}}.. \qquad (28)$$

Таблиця 1.

Оцінка процесу збіжності середнього арифметичного $\overline{x}_n$ значень рівномірно розподіленої $x_i \in [0;100]$ випадкової величини $\boldsymbol{\xi}$ та еквівалентних величин $u_i \in [0;1]$

$\boldsymbol{n_{\text{в}}}$	$\boldsymbol{x_i}$	$\overline{x}_n$	$\Delta\overline{x}_n$	$\overline{x}_{n.\text{отн}}$	$\boldsymbol{u_i}$	$\overline{u}_n$	$\Delta_{\max.u}$	$\Delta\overline{u}_n$	$\Delta_{\min.u}$	$D_{u\Delta}$,%	$\Delta_{\max.x}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	73	73	–	–	0,73	0,73	1	–	1	–	1
2	9	41	-32	0,562	0,09	0,41	0,500	-0,3200	-0,500	32,00	50,00
3	10	30,67	-10,33	0,748	0,1	0,3067	0,333	-0,1033	-0,333	15,50	33,33
4	25	29,25	-1,42	0,954	0,25	0,2925	0,250	-0,0142	-0,250	2,83	25,00
5	33	30	0,75	1,026	0,33	0,3	0,200	0,0075	-0,200	1,88	20,00

6	37	31,17	1,17	1,039	0,37	0,3117	0,167	0,0117	-0,167	3,50	16,67
7	54	34,43	3,26	1,105	0,54	0,3443	0,143	0,0326	-0,143	11,42	14,29
8	20	32,63	-1,80	0,948	0,2	0,3263	0,125	-0,0180	-0,125	7,21	12,50
9	48	34,33	1,71	1,052	0,48	0,3433	0,111	0,0171	-0,111	7,69	11,11
10	5	31,4	-2,93	0,915	0,05	0,314	0,100	-0,0293	-0,100	14,67	10,00
11	8	29,27	-2,13	0,932	0,08	0,2927	0,091	-0,0213	-0,091	11,70	9,09
12	42	30,33	1,06	1,036	0,42	0,3033	0,083	0,0106	-0,083	6,36	8,33
13	26	30	-0,33	0,989	0,26	0,3	0,077	-0,0033	-0,077	2,17	7,69
14	89	34,21	4,21	1,140	0,89	0,3421	0,071	0,0421	-0,071	29,50	7,14
15	53	35,47	1,25	1,037	0,53	0,3547	0,067	0,0125	-0,067	9,39	6,67
16	99	39,44	3,97	1,112	0,99	0,3944	0,063	0,0397	-0,063	31,77	6,25
17	1	37,18	-2,26	0,943	0,01	0,3718	0,059	-0,0226	-0,059	19,22	5,88
18	90	40,11	2,93	1,079	0,9	0,4011	0,056	0,0293	-0,056	26,41	5,56
19	25	39,32	-0,80	0,980	0,25	0,3932	0,053	-0,0080	-0,053	7,56	5,26
20	29	38,8	-0,52	0,987	0,29	0,388	0,050	-0,0052	-0,050	5,16	5,00
21	12	37,52	-1,28	0,967	0,12	0,3752	0,048	-0,0128	-0,048	13,40	4,76
22	80	39,45	1,93	1,051	0,8	0,3945	0,045	0,0193	-0,045	21,24	4,55
23	79	41,17	1,72	1,044	0,79	0,4117	0,043	0,0172	-0,043	19,77	4,35
24	99	43,58	2,41	1,059	0,99	0,4358	0,042	0,0241	-0,042	28,91	4,17
25	70	44,64	1,06	1,024	0,7	0,4464	0,040	0,0106	-0,040	13,21	4,00
384	93	49,11	0,11	1,002	0,93	0,4911	0,003	0,0011	-0,003	22,00	0,26

Для визначення зв'язку абсолютної похибки ($\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{A}}$), що відрізняє оцінку $\bar{x}_n$ від істинного значення математичного сподівання $\boldsymbol{m}$, і для визначення необхідної кількості елементів у вибірці (обсягу вибірки $\boldsymbol{n}_{\text{В}}$) можна скористатися виразом (9). Тоді отримаємо:

$$\varepsilon_A \le \left| \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n_{\text{в}}} \right|; \quad n_{\text{в}} \ge \left| \frac{x_{\max} - x_{\min}}{\varepsilon_A} \right|. \qquad (29)$$

Зазначимо, що в розробленій моделі самі межі (13), (17), (18), (25) оцінки похибки розрахунків (мажоранти) не потребують використання категорій "довірча ймовірність" і "довірчий інтервал", прийнятих у математичній статистиці [2 - 7].

Розглянемо приклад, що ілюструє традиційний і розроблений варіанти оцінки обсягу вибірки. Знайдемо обсяг вибірки $\boldsymbol{n}$ для оцінки ймовірності виникнення деякої події $\boldsymbol{A}$ (наприклад, попадання в ціль при одному пострілі), яке в результаті однієї спроби може відбутися або не відбутися приблизно з однаковою ймовірністю $p = q = 0{,}5$. У цьому випадку $\boldsymbol{\sigma}^2 = p \cdot q = 0{,}25$.

Використовуючи традиційний підхід, вираз (1) для прийнятого в математичній статистиці [2 - 7] рівня довірчої ймовірності $\beta = 0{,}95$ та довірчого інтервалу $\boldsymbol{\varepsilon} = 0{,}05$, величину $t_\beta = 1{,}96$, отримаємо оцінку необхідного обсягу вибірки для оцінки ймовірності появи події $\boldsymbol{A}$ з похибкою не більше $\pm\, 0{,}05$:

$$n = \frac{t_\beta^2 \cdot \sigma^2}{\varepsilon^2} = \frac{1{,}96^2 \cdot 0{,}25}{0{,}05^2} = 384{,}16.$$

Для розглянутого варіанта, використовуючи (16) при $\varepsilon = 0{,}05$, знаходимо:

$$n_в \ge \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{0{,}05} = 20.$$

Таким чином, одержуване при традиційному підході значення числа елементів $\boldsymbol{n}$ у вибірці в 19,2 рази перевищує реально необхідне, що може мати істотне значення для визначення витрат на проведення експерименту з набору статистики. Зазначимо також, що при $\boldsymbol{n} = 384$ величина відносної похибки розрахунків буде відрізнятися від передбачуваних п'яти відсотків і складе $\boldsymbol{\varepsilon} \leq 1/384 = 0{,}0026$, тобто не більше 0,26%. (див. табл. 1, останній рядок).

Висновки. Мета статті полягала в розробленні моделі визначення мінімально необхідного обсягу вибірки для виконання обґрунтованих оцінок математичного сподівання випадкової величини (ξ) швидкості витрати пального у підрозділі ЗСУ з метою його своєчасного поповнення в ході бойових дій.

У статі вперше отримані прості вирази для розрахунку необхідного обсягу вибірки випадкової величини (ξ) швидкості витрати пального у підрозділі ЗСУ і для похибки оцінки математичного сподівання цієї величини у вибірці. Визначені вирази гарантують виконання вимог до точності розрахунків при обсягу вибірки істотно меншою, ніж традиційний обсяг, не застосовуючи поняття "довірчий інтервал" і "довірча ймовірність".

Використання розробленої моделі відкриває можливості для розробки математичних інструментів, які можуть дозволити органам управління служби пального прогнозувати значення часу до моменту вичерпання запасів палива в підрозділах ЗСУ до встановленого рівня з урахуванням планової та випадкової витрати пального.

У результаті, з'являється можливість оперативного вживання заходів із своєчасного поповнення запасів пального, що сприяє підвищенню ефективності функціонування системи забезпечення військ пальним та підтриманню боєздатності частин та підрозділів ЗСУ в ході ведення бойових дій.

Напрямком подальшого дослідження може бути розробка відповідної математичної моделі для прогнозу часу, після якого обсяг пального, яке залишилося в підрозділі ЗСУ, знизиться нижче критичного (допустимого) рівня, з урахуванням планової та випадкової витрати пального в ході ведення бойових дій.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Тимчасовий бойовий статут "Механізованих військ Сухопутних військ Збройних сил України" частина 1 (бригада)/ Командування СВ ЗС України. – Київ: МОУ, 2021. – 116 с.
2. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. Общая теория статистики: учебник. – М.: ИНФРА-М, 1998. – 416 с.
3. Блягоз З.У. Теория вероятностей и математическая статистика. Курс лекций: учебное пособие. – СПб.: Лань, 2018. – 224 с.
4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие, 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1979. – 400 с.
5. Балдин К.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков. – М.: Дашков и К, 2016. – 472 с.
6. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика: учебник. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2014. – 352 с.
7. Сидняев Н. И. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для ср. проф.обр. – М.: Юрайт, 2023. – 219 с.
8. Городнов В.П. Вища математика (популярно, із прикладами): підручник для студ. екон. спец. вищ. навч. закл. Видання 3-е / В.П. Городнов. – Х.: Вид-во АВВ МВС України, 2013. – 372 с.
9. Гредасова Н.В., Желонкина Н. И., Корешникова М.А., Полищук Е.Г., Андреева И.Ю. Ряды: учебное пособие. – Екатеринбург: Урал, 2016. – 116 с.
10. Прусова И. В., Кондратьева Н. А., Прихач Н. К. Высшая математика. Ряды, теория функций комплексного переменного, операционное исчисление: учебное пособие – Минск: БНТУ, 2017. – 154 с.
11. Панкратова Л.В. Числовые ряды: учебное пособие – Красноярск: Научно-инновационный центр, 2020. – 126 с.
12. Рудой Е.М. Математический анализ. Числовые и функциональные ряды: учебное пособие – Новосибирск: Изд. НГПУ, 2010. – 95 с.

REFERENCES:

1. Timchasovij bojovij statut “Mehanizovanih vijsk Suhoputnih vijsk Zbrojnih sil Ukrayini” chastina 1 (brigada) / Komanduvannya SV ZS Ukrayini. [Temporary combat charter of the «Mechanized Ground Forces of Ukraine» part 1 (Brigade)/ Command of the Armed Forces of Ukraine], Kyiv, MOU, 2021. 116 p.

2. Efimova, M.R., Petrova, E.V., Rumyancev, V.N. “Obshaya teoriya statistiki” [General theory of statistics], uchebnik. M.: INFRA-M, 1998. 416 p.

3. Blyagoz, Z.U. “Teoriya veroyatnostej i matematicheskaya statistika” [Propability theory and mathematical statistics], Kurs lekcij: uchebnoe posobie. SPb.: Lan, 2018. 224 p.

4. Gmurman, V.E. “Rukovodstvo k resheniyu zadach po teorii veroyatnostej i matematicheskoj statistike” [Guide to problem solving in probability theory and mathematical statistics], uchebnoe posobie, 3-e izd., pererab. i dop. M.: Vysshaya shkola, 1979. 400 p.

5. Baldin, K.V. “Teoriya veroyatnostej i matematicheskaya statistika” [Probability theory and mathematical statistics], uchebnik / K.V. Baldin, V.N. Bashlykov. M.: Dashkov i K, 2016. 472 p.

6. Ivchenko, G.I., Medvedev, Yu.I. “Matematicheskaya statistika” [Mathematical statistics], uchebnik. M.: Knizhnyj dom «LIBROKOM», 2014. 352 p.

7. Sidnyaev, N. I. “Teoriya veroyatnostej i matematicheskaya statistika” [Probability theory and mathematical statistics], uchebnik dlya sr. prof. obr. M.: Yurajt, 2023. 219 p.

8. Gorodnov, V.P. “Visha matematika” (populyarno, iz prikladami) [Higher mathematics (popular, with examples)], pidruchnik dlya stud. ekon. spec. vish. navch. zakl. Vidannya 3-e / V.P. Gorodnov. H.: Vid-vo AVV MVS Ukrayini, 2013. 372 p.

9. Gredasova, N.V., Zhelonkina, N. I., Koreshnikova, M.A., Polishuk, E.G., Andreeva, I.Yu. “Ryady”: uchebnoe posobie. Ekaterinburg: Ural, 2016. 116 p.

10. Prusova, I. V., Kondrateva, N. A., Prihach, N. K. “Vysshaya matematika. Ryady, teoriya funkcij kompleksnogo peremennogo, operacionnoe ischislenie” [Higher mathematics. Rows, theory of a complex variable, operational calculus], uchebnoe posobie. Minsk: BNTU, 2017. 154 p.

11. Pankratova, L.V. “Chislovye ryady” [Number series], uchebnoe posobie, Krasnoyarsk: Nauchno-innovacionnyj centr, 2020. 126 p.

12. Rudoj, E.M. “Matematicheskij analiz. Chislovye i funkcionalnye ryady“ [Mathematical analysis. Numerical and functional series], uchebnoe posobie. Novosibirsk: Izd. NGPU, 2010. 95 p.

D. of Mil. S., Prof. Gorodnov V.P.,Cand. of Mil. S., As. Prof. Kovalev I.V., Druzhinin V.S.

MODEL FOR ASSESSMENT THE MATHEMATICAL EXPECTATION SPEED OF FUEL CONSUMPTION BY MILITARY SUBUNITS OF THE ARMED FORCES OF UKRAINE

The study of the experience of conducting an anti-terrorist operation (ATO) and an operation of the United Forces (OUF) in the war against the Russian Federation allows us to conclude that today the use of modern means of fire damage in combination with new approaches to intelligence conducting has had a significant effect on increasing the intensity and speed of troops movement during hostilities.

In such conditions, random (unforeseen) consumption of fuel may appear with a simultaneous sudden decrease in its reserves below the specified (acceptable) norms. An unexpected drop in fuel reserves in military equipment can be related to many factors and, as a result, create conditions that will not allow to perform tasks in the offensive, during the development of success and when solving other combat tasks in the next day of hostilities.

In order to ensure the fulfillment of combat missions by units and subunits of the Armed Forces and to prevent the limitation of their combat capability in connection with an unforeseen shortage of fuel during the operation, there is a need to develop a mathematical model, the use of which in the future will allow to calculate the time after which the level of fuel reserves will decrease below the permissible norm, and in the dynamics of the work of the logistics headquarters, it contributes to the timely provision of the troops needs.

In the article, for the first time, simple expressions were obtained for calculating the required sample volume of a random fuel consumption value in the UAF subunits and for the error of estimating the mathematical expectation of this value in the sample, which guarantees the fulfillment of the requirements for the accuracy of calculations with a sample size significantly smaller than the traditional one and without using the concepts of "confidence interval" and "confidence probability", and

corresponds to the limited capabilities of the Ukraine Armed Forces subunits to collect statistics during hostilities.

The developed model can be used for further development of mathematical tools for predicting possible fuel consumption, for predicting needs and for providing the troops with fuel up to the established standards in a timely manner.

Keywords: random fuel consumption, arithmetic mean of a random variable, number of attempts, sample size.