

## МОДЕЛЮВАННЯ ВОДНОЇ ПОВЕРХНІ В УМОВАХ МОРСЬКОГО ХВИЛЮВАННЯ НА ОСНОВІ ВЕЙВЛЕТ-ПОДІБНИХ ФУНКЦІЙ

*Оцінка морехідності суден є важливим етапом їх проектування. Дане поняття визначається комплексом властивостей судна, серед яких невід'ємними складовими є режим його хитавиці, оцінка можливості виникнення явища слемінгу, а також заливання палуби, а також розгону гребного гвинта. Усі ці явища є достатньо небезпечними, а одним із основних факторів, що їх визначають, є характеристика водної поверхні, на якій знаходиться судно. При наявності відомостей про цю поверхню стає можливим проведення прямого динамічного моделювання поведінки корпусу судна на хвилях із подальшою оцінкою перелічених складових морехідності. Таким чином, актуальною є розробка способів завдання хвильової поверхні для проведення моделювання поведінки корпусу судна на ній.*

*Традиційним підходом вважається апроксимація хвильової поверхні суперпозицією гармонічних залежностей, таких як рівняння плоскої хвилі. при цьому не враховуються реальні властивості морських хвиль, які є обмеженими по ширині (у поперечному перерізі), а також не утворюють періодичної картини. Для наближення моделі хвильової поверхні до її реальної форми доцільно перейти до використання вейвлетів замість гармонічних функцій. Вейвлети мають основну центральну ділянку, що фактично еквівалентна морській хвилі, а також невеликі крайові осцилюючі ділянки. Для зменшення впливу цих бокових ділянок в роботі запропоновано використання піднесення традиційної вейвлет-функції до степеня (більше одиниці), що дозволяє майже повністю позбутися цих ділянок при значенні показника степеня не більше 3-4. Одновимірні функціональні залежності запропоновано об'єднувати у двовимірні структури, що при умові завдання різних за модулем хвильових чисел (тобто довжин хвиль по різних осям координат) дозволяє створювати реалістичні картини морського хвилювання.*

*В роботі реалізовано програмний продукт, що дозволяє отримання динамічних анімацій поширення хвиль, створених на основі запропонованих функціональних залежностей. Отримані результати можуть бути корисними при моделюванні режимів руху корпусу судна на хвилях з використанням заспокоювачів хитавиці та для оцінки їх ефективності.*

*Ключові слова: моделювання поверхні, морське хвилювання, вейвлет-функції, хитавиця судна, кільова хитавиця.*

**Вступ та постановка задачі.** Перебування на морському хвилюванні є однією з невід'ємних складових процесу експлуатації суден. Поведінка корпусу судна у штормових умовах впливає не тільки на якість виконання ним основних курсових завдань, а й може впливати на показники живучості судна в цілому. В залежності від конкретних умов, що виникають під час розміщення судна на хвилях, можуть виникати загрози як місцевій міцності (що особливо актуально для областей концентрації локальних механічних навантажень типу бульба судна, місць кріплення пропульсивної підсистеми, кріплень обшиви до елементів жорсткості корпусу, тощо), так і загальній міцності його корпусу. В особливо критичних умовах поздовжня (кільова) хитавиця може привести до злому корпусу судна (спершу – поява пластичного шарніру на корпусі, далі – його розрив), в результаті чого затоплення відбувається за лічені хвилини. Таким чином, важливим аспектом при проектуванні та експлуатації суден є необхідність урахування різних режимів хитавиці судна та наслідків, до яких вони можуть привести [1].

Одним із способів оцінки небезпек, що виникають для корпусу судна у штормових умовах, є моделювання процесу його руху на хвилях, для чого, безперечно, слід задаватися

певною картиною (характеристиками) цих хвиль. Слід відмітити, що особливу роль моделювання руху корпусу судна на хвилях відіграє в процесі оцінки ефективності таких технічних пристроїв, призначених для стабілізації судна, як заспокоювачі хитавиці. Так, у попередній роботі [2] авторами було розглянуто систему управління заспокоювачем хитавиці реактивної (аналогічної до водострумнинної) дії, оцінку ефективності якої доцільно також провести, розміщуючи судно на певній хвильовій поверхні (у динамічному режимі) із подальшим визначенням параметрів його хитавиці різних типів.

Слід відмітити, що завдання геометрії хвильової поверхні у формі, максимально близькій до реальних штормових умов, підвищує якість процесу моделювання та покращує точність його результатів (тобто поліпшує їх відповідність до реальних процесів) [3]. Таким чином, виникає необхідність у розробці методу апроксимації хвильової поверхні, яка фактично представляє собою двовимірну функцію виду:

$$z = f(x, y) \quad (1)$$

Бажано, щоб вказана функція (1) була універсальною і максимально гнучкою, дозволяючи шляхом налаштування своїх параметрів проводити симуляцію різних типів морського хвилювання (вітрове, усамітненої солітонної природи типу цунамі та хвиль-вбивць, залишкове і т.п.).

**Аналіз останніх досліджень.** Для оцінки небезпеки найбільш негативного сценарію, яким, безперечно, є втрата загальної міцності корпусу, судно традиційно ставлять на резонансну хвилю, довжина якої строго рівна (хвиля Ріда) або знаходиться у певній відповідності до довжини самого судна [4]. Напрямок руху хвилі в загальному випадку задається хвильовим вектором  $\mathbf{k} = \{k_x, k_y\}$ , а шукана залежність типу (1) має вид:

$$z(\mathbf{r}, t) = A \cdot \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t + \varphi_0) \quad (2)$$

де  $z$  – висота хвильової поверхні над рівнем моря при спокійній воді;

$\mathbf{r}$  – радіус-вектор (двовимірний,  $\mathbf{r} = \{x, y\}$ ) точки, де визначається висота хвильової поверхні;

$A$  – амплітуда хвилі;

$\omega$  - частота хвилі (циклічна);

$\varphi_0$  – початкова фаза коливань.

Рівняння плоскої хвилі (1) може бути корисним для окремих частинних випадків (як, наприклад, аналіз загальної міцності), але, зважаючи на просту форму залежності (2) – рис.1, що не відповідає реальній картині хвилювання, очевидно, що для більш докладного моделювання, яке включає в тому числі і аналіз місцевої міцності, слід переходити до більш реалістичних моделей [5].

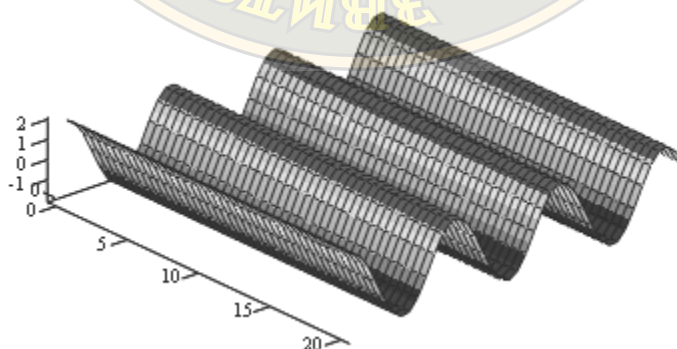


Рисунок 1 – Приклад реалізації хвильової поверхні на основі рівняння плоскої хвилі (для параметрів  $\mathbf{k} = \{0, 1\}$ ,  $A = 2$ )

Традиційним способом описання більш складної хвильової поверхні є використання спектральних характеристик хвильового розподілу, зокрема спектральної густини (як функції циклічної частоти хвиль) енергії хвилювання, що припадає на одиницю площі

поверхні [6]. Дана величина позначається  $S(\omega)$  і може задаватися формулами, що доцільно використовувати в різних умовах, а саме: спектром Бретшнайдера (прийнятий у якості міжнародного стандарту у 60-і рр.), спектром Пірсона-Московіца (характерний для глибокої води, стійкого вітру та розвинутого хвилювання), спектром JONSWAP (для прибережних зон), вітчизняними спектрами Вознесенського-Нецветаєва та двухпараметричним ідеалізованим, спрощеним і т.д. [7] У всіх цих випадках відрізняється форма спектру, однак, при переході у часову область складовими хвилювання стають в цілому гармонічні коливання виду (2). Таким чином, результуюча форма поверхні задається формулою виду:

$$z(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i \cos(\mathbf{k}_i \mathbf{r} - \omega_i t + \varphi_{0i}) \quad (3)$$

Слід відмітити, що результат побудови подібної поверхні значно краще описує нерегулярне хвилювання [8], як можна бачити на рис. 2.

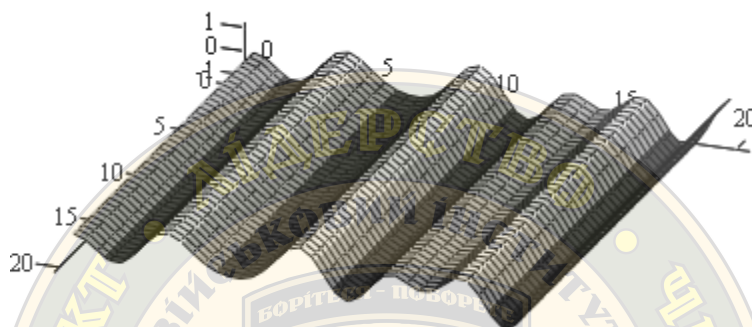


Рисунок 2 – Приклад реалізації нерегулярного хвилювання за залежністю виду (3)

Слід відмітити, що при використанні гармонічної залежності виду (2) у якості однієї коливальної складової, у модель закладається така її особливість, як нескінченні розміри хвильової картини у поперечному напрямку та її точний періодичний характер (хоча і з великим періодом). Реальне хвилювання характеризується хвилями, що мають скінченний поперечний розмір, а також повністю неперіодичний у часі характер. Відповідно, виникає необхідність у побудові функціональної залежності (1), яка би краще передавала реальну картину хвильової поверхні у порівнянні з традиційними методами, основаними на використанні гармонічних залежностей [9].

**Виклад основного матеріалу.** На відміну від залежності із постійною амплітудою (2), можна розглядати функції, в яких амплітуда поступово зменшується (наприклад, за поперечною до хвилі координатою). Така одновимірною залежність у найпростішому випадку має вигляд:

$$f(x) = \frac{\sin x}{x} \quad (4)$$

Характерною особливістю графіка (4) є наявність широкого центрального максимуму (аналогічно реальній хвилі) та невеликих осциляцій на його границях (що також в цілому відповідає реальній хвильовій картині) – рис. 3. Як відомо, сама назва такої функції «вейвлет» походить від слів «коротка хвилька», що у повній мірі відповідає задачі даного дослідження [10]. Одновимірні функції такого роду можуть мати різноманітні дилатаційні коефіцієнти у чисельнику та знаменнику, зсуви та інші варіанти перетворення функцій, однак основна суть залишається незмінною – така функція має основну центральну частину та швидко спадає до нуля на краях.

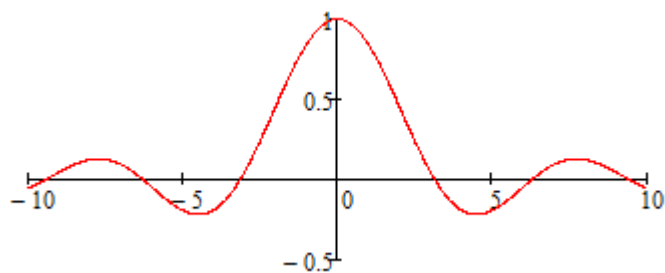


Рисунок 3 – Характерна форма функції типу «вейвлет»

Слід відмітити, що на основі вейвлетів можна зводити системи ортогональних функцій, переходячи до відповідних розкладань довільної функціональної залежності в узагальнений ряд Фур'є по вейвлет-подібним функціям [11]. Це дозволяє говорити про завдання спектру морського хвилювання, але заданого не через гармонічні функції, а вейвлет-подібні, форма яких є більш обґрунтованою з фізичної точки зору.

Описану поведінку вейвлет-подібних функцій слід адаптувати до двовимірного випадку (1). Профіль, наведений на рис.3, може прикладатися як до поперечного перерізу хвилі (адже усяка хвиля має скінчену ширину, перпендикулярну напрямку її поширення, а не простягається без змін у нескінченність, як залежність типу (2)), так і до поздовжнього (хоча і у дещо меншій мірі, адже реальний хвильовий профіль зазвичай не є симетричним, а близький до трохойди). Для вказаних цілей пропонується використовувати функціональну залежність виду:

$$z(x, y) = A \cdot \left( \frac{\sin(k_x(x - x_0 + V_x t))}{(k_x(x - x_0 + V_x t))} \right)^n \cdot \left( \frac{\sin(k_y(y - y_0 + V_y t))}{(k_y(y - y_0 + V_y t))} \right)^m, \quad (5)$$

де  $(x_0; y_0)$  – координати центру хвилі;

$V_x, V_y$  – швидкості переміщення хвилі по осям;

$n, m$  – показники степеня, що можуть підсилювати поведінку графіка функції (5): якщо вони більше 1, то вейвлет швидше спадає, а якщо менше 1, то повільніше.

Вказана форма залежності (5) дозволяє реалізовувати різні варіанти усамітнених хвиль, що показані на рис. 4 – рис. 5.

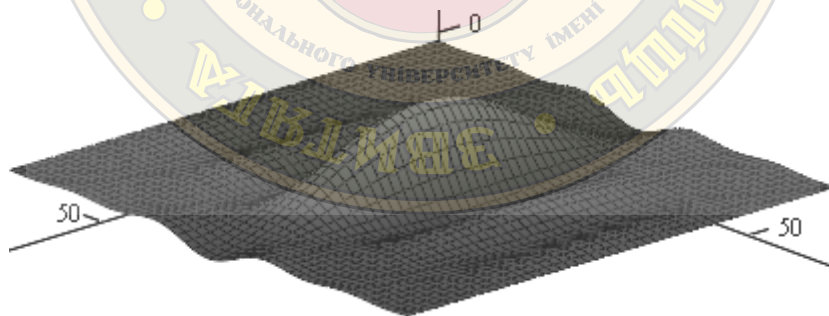


Рисунок 4 – Приклад реалістичної форми хвилі, що задається у вигляді двовимірного вейвлету ( $k_x:k_y = 1:4, n = m = 1$ )

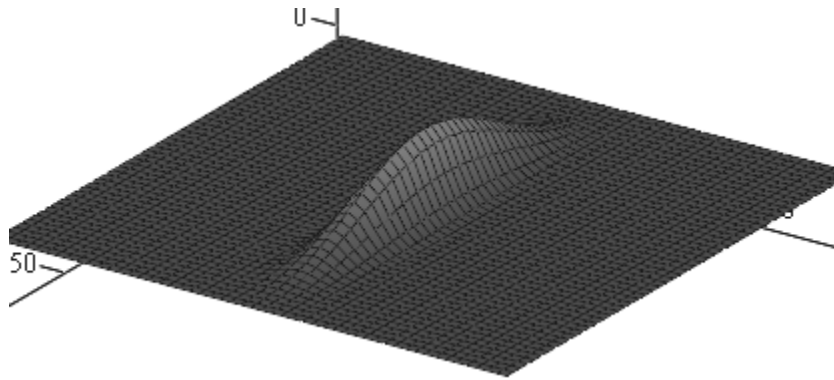


Рисунок 5 – Приклад реалістичної форми хвилі, що задається у вигляді двовимірного вейвлету, із швидким затуханням по краям ( $k_x:k_y = 1:4, n = 2, m = 4$ )

Як видно із порівняння рис. 4 та рис. 5, збільшення показників степеня  $m$  та  $n$  дозволяє зменшити бокові коливання, залишаючи в основному тільки центральний максимум функції.

Реалізація даного підходу у середовищі математичних розрахунків Mathcad (рис. 6) дозволяє проводити динамічні анімації поширення хвиль на основі вейвлетів, що загалом мають цілком реалістичний вид.

$$Z1(x, y, vx, vy) := A \cdot \left[ \frac{\sin \left[ \frac{2\pi \cdot (x + vx \cdot \text{FRAME} - x0)}{\lambda_x} \right]}{2 \cdot \pi \cdot (x + vx \cdot \text{FRAME} - x0)} \right]^n \cdot \left[ \frac{\sin \left[ \frac{2\pi \cdot (y + vy \cdot \text{FRAME} - y0)}{\lambda_y} \right]}{2 \cdot \pi \cdot (y + vy \cdot \text{FRAME} - y0)} \right]^m$$

$$N := 5 \quad i := 0..N - 1 \quad ra := 200$$

$$x0_i := md(ra) \quad y0_i := md(1-ra) \quad vx_i := 1 + \frac{md(2)}{2} \quad vy_i := 2 + \frac{md(3)}{3}$$

$$Z2(x, y) := \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} Z1(x - x0_i, y - y0_i, vx_i, vy_i) \quad +$$

Рисунок 6 – Реалізація запропонованого рішення у математичному пакеті

Для утворення комплексної хвильової картини, яка очевидно, складається не з однієї, а з великої кількості хвиль, можна проводити їх накладання по формулі, аналогічній (3), але яка оснований не на рівнянні плоскої хвилі, а на залежності виду (5). Відповідна формула із складанням показана на рис. 6 у вигляді функції  $Z2(x, y)$ . Приклад отриманої хвильової картини показано на рис. 7.

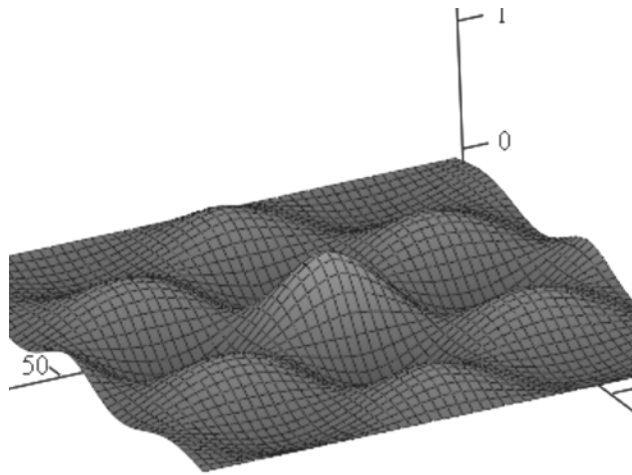


Рисунок 7 – Приклад ділянки реалістичної поверхні морського хвилювання, отриманий на основі вейвлет-подібних функцій

Формування конкретного набору (тобто параметрів) функціональних залежностей виду (5) може виконуватися на основі знання координат реальної морської поверхні, висоти якої можуть бути знятими під час морського хвилювання [12].

**Висновки.** Таким чином, можна констатувати, що використання вейвлетів, які представляють собою хвилі обмеженої ширини, дозволяє проводити формування водної поверхні моря під час хвилювання у більш реалістичному режимі. Використання даного типу функцій дозволяє також проводити розкладання функцій (в т.ч. двовимірних) в узагальнений ряд Фур'є по системі ортогональних вейвлетів. В роботі запропонована модифікація формули, що задає одну усамітнену хвилю, яка дозволяє гнучко налаштовувати параметри і зовнішній вигляд відповідної геометричної форми цієї хвилі. Дане представлення може бути корисним при моделюванні поведінки корпусу судна під час його знаходження у штормових умовах, зокрема, при оцінці ефективності роботи заспокоювача хитавиці (при наявності такого у складі суднових підсистем).

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Acanfora M., Balsamo F. The Smart Detection of Ship Severe Roll Motions and Decision-Making for Evasive Actions // *Journal of Marine Science and Engineering*. – 2020. – Vol. 8. – P. 415. <https://doi.org/10.3390/jmse8060415>
2. Гайша О. О., Онищенко О. А., Гайша О. О. Аналіз якості функціонування системи нечіткого управління заспокоювачем хитавиці реактивної дії // *Збірник наукових праць ВІ КНУ імені Тараса Шевченка*. – 2024. – №83. – С. 27-33.
3. Гайша О. О., Гайша О. О. Структура даних для представлення інформації про хвильову поверхню навколо судна // *Збірник наукових праць ВІ КНУ*. – 2016. – №52. – С. 7-12.
4. De Luca F., Pensa C., Pigazzini R. Experimental Assessment of Planing Hulls Added Resistance in Regular Waves // *Journal of Marine Science and Engineering*. – 2023. – Vol. 11. – P. 141. <https://doi.org/10.3390/jmse11010141>
5. Nielsen U. D., Brodtkorb A. H., Sørensen A. J. Sea state estimation using multiple ships simultaneously as sailing wave buoys // *Applied Ocean Research*. – 2019. – Vol. 83. – P. 65-76. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2018.12.004>
6. Вагущенко Л. Л., Вагущенко А. Л., Заичко С. І. Бортові автоматизовані системи контролю мореходності. – Одеса: Фенікс, 2005. – 272 с.
7. Mukhlas, Azizah, Mohd Zaki N. I., Abu Husain M. K., Syed Ahmad S. Z. A., Najafian G. Numerical formulation based on ocean wave mechanics for offshore structure analysis – a review //

*Ships and Offshore Structures*. – 2021. – Vol. 17. – P. 1-12.  
<https://doi.org/10.1080/17445302.2021.1937880>

8. Smeltzer B. K., Æsøy E., Ellingsen S. Å. Observation of surface wave patterns modified by sub-surface shear currents // *Journal of Fluid Mechanics*. – 2019. – Vol. 873. – P. 508-530.

9. Bhatia M., Das N., Dutta P., Chattopadhyay H. Numerical analysis on the seakeeping performances of a full-scale container ship hull using strip theory // *Physics of Fluids*. – 2023. – Vol. 35, No. 11. – P. 114106. <https://doi.org/10.1063/5.0172626>

10. Jeschke S., Skřivan T., Müller-Fischer M., Chentanez N., Macklin M., Wojtan C. Water Surface Wavelets // *ACM Transactions on Graphics*. – 2018. – Vol. 37, No. 4. – P. 1-13.

11. Chernyshov P., Vrećica T., Nauri S., Toledo Y. Wavelet-Based 2-D Sea Surface Reconstruction Method From Nearshore X-Band Radar Image Sequences // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. – 2022. – Vol. 60. – Art no. 511131. <https://doi.org/10.1109/TGRS.2022.3155352>

12. Chen Z., Zhang B., He Y., Qiu Z., Perrie W. A new modulation transfer function for ocean wave spectra retrieval from X-band marine radar imagery // *Chinese Journal of Oceanology and Limnology*. – 2015. – Vol. 33, No. 5. – P. 1132-1141.

#### REFERENCES:

1. Acanfora, M. and Balsamo, F., 2020. The smart detection of ship severe roll motions and decision-making for evasive actions. *Journal of Marine Science and Engineering*, 8, p.415. Available at: <https://doi.org/10.3390/jmse8060415>.

2. Гайша, О.О., Онищенко, О.А. and Гайша, О.О., 2024. Аналіз якості функціонування системи нечіткого управління заспокоювачем хитавиці реактивної дії. *Збірник наукових праць ВІ КНУ імені Тараса Шевченка*, (83), pp.27-33.

3. Гайша, О.О. and Гайша, О.О., 2016. Структура даних для представлення інформації про хвильову поверхню навколо судна. *Збірник наукових праць ВІ КНУ імені Тараса Шевченка*, (52), pp.7-12.

4. De Luca, F., Pensa, C. and Pigazzini, R., 2023. Experimental assessment of planing hulls added resistance in regular waves. *Journal of Marine Science and Engineering*, 11, p.141. Available at: <https://doi.org/10.3390/jmse11010141>.

5. Nielsen, U.D., Brodtkorb, A.H. and Sørensen, A.J., 2019. Sea state estimation using multiple ships simultaneously as sailing wave buoys. *Applied Ocean Research*, 83, pp.65-76. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.apor.2018.12.004>.

6. Вагущенко, Л.Л., Вагущенко, А.Л. and Заичко, С.І., 2005. Бортові автоматизовані системи контролю мореходності. Одеса: *Фенікс*.

7. Mukhlas, M., Mohd Zaki, N.I., Abu Husain, M.K., Syed Ahmad, S.Z.A. and Najafian, G., 2021. Numerical formulation based on ocean wave mechanics for offshore structure analysis – a review. *Ships and Offshore Structures*, 17, pp.1-12. Available at: <https://doi.org/10.1080/17445302.2021.1937880>.

8. Smeltzer, B.K., Æsøy, E. and Ellingsen, S.Å., 2019. Observation of surface wave patterns modified by sub-surface shear currents. *Journal of Fluid Mechanics*, 873, pp.508-530.

9. Bhatia, M., Das, N., Dutta, P. and Chattopadhyay, H., 2023. Numerical analysis on the seakeeping performances of a full-scale container ship hull using strip theory. *Physics of Fluids*, 35(11), p.114106. Available at: <https://doi.org/10.1063/5.0172626>.

10. Jeschke, S., Skřivan, T., Müller-Fischer, M., Chentanez, N., Macklin, M. and Wojtan, C., 2018. Water surface wavelets. *ACM Transactions on Graphics*, 37(4), pp.1-13.

11. Chernyshov, P., Vrećica, T., Nauri, S. and Toledo, Y., 2022. Wavelet-based 2-D sea surface reconstruction method from nearshore X-band radar image sequences. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 60, Art no. 511131. Available at: <https://doi.org/10.1109/TGRS.2022.3155352>.

12. Chen, Z., Zhang, B., He, Y., Qiu, Z. and Perrie, W., 2015. A new modulation transfer function for ocean wave spectra retrieval from X-band marine radar imagery. *Chinese Journal of Oceanology and Limnology*, 33(5), pp.1132-1141.

**Haisha O.O., Doc. of Tech. Sci. Prof. Onishchenko O.A., Ph. D Haisha O.O.**

## **MODELING OF THE WATER SURFACE UNDER THE CONDITIONS OF MARINE WAVES ON THE BASE OF WAVELET-LIKE FUNCTIONS**

*The assessment of a ship's seakeeping performance is a crucial stage in its design. This concept is determined by a set of vessel properties, including the behavior of its rolling motion, the evaluation of slamming occurrence, deck wetness, and propeller racing. All these phenomena are sufficiently hazardous, and one of the primary factors influencing them is the characteristic of the water surface on which the vessel operates. When information about this surface is available, it becomes possible to conduct direct dynamic modeling of hull behavior on waves, allowing for an assessment of the listed seakeeping factors. Thus, the development of methods for defining the wave surface to model hull behavior on it is highly relevant.*

*A traditional approach approximates the wave surface by superimposing harmonic dependencies, such as the flat wave equation. However, this does not account for the actual characteristics of sea waves, which are limited in width (in cross-section) and do not form a periodic pattern. To bring the wave surface model closer to its real form, it is advisable to shift to using wavelets instead of harmonic functions. Wavelets possess a central main region that is practically equivalent to a sea wave, as well as small oscillatory regions at the edges. To reduce the influence of these side regions, this work proposes raising the traditional wavelet function to a power (greater than one), allowing almost complete elimination of these regions when the exponent is set to a value up to 3 or 4. One-dimensional functional dependencies are suggested to be combined into two-dimensional structures, which, by assigning different wave numbers (i.e., wavelengths) along different coordinate axes, enables the creation of realistic sea wave patterns.*

*The work includes the implementation of software that allows dynamic animations of wave propagation based on the proposed functional dependencies. The results obtained may be useful for modeling hull movement modes on waves using anti-roll devices and for evaluating their effectiveness.*

**Keywords:** surface modeling, sea waves, wavelet functions, ship rocking, pitching.