

**МЕТОД РОЗМІЧЕННЯ ГРАФА МЕРЕЖІ ДОРІГ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЗАДАЧІ
ВИБОРУ ОПТИМАЛЬНОГО МАРШРУТУ РУХУ КОЛОНИ ТЕХНІКИ
ПРИКОРДОННОЇ КОМЕНДАТУРИ ШВИДКОГО РЕАГУВАННЯ
ТА АЛГОРИТМ ЙОГО РЕАЛІЗАЦІЇ**

Оперативне перевезення значної кількості особового складу та різномірних вантажів підрозділів на сухопутній ділянці здійснюється шляхом використання транспортних засобів. На підготовчому етапі організації перевезень розв'язується задача формування оптимального складу колони техніки. Паралельно з її вирішенням потребує розв'язування задача вибору маршрутів руху колони техніки. На сьогодні існують методи її розв'язування. Однак вони застосовні до розмічених графів, які являють собою модель мережі доріг. А отже, ще не до кінця проаналізовані питання якісного формування початкових даних при постановці задачі визначення оптимального маршруту техніки та адекватності інструментальних засобів для розв'язування задачі. Отже, з урахуванням того, що моделлю мережі доріг є граф, ребра якого є неоднорідними в розумінні несталості швидкості руху колони вздовж ребра, задача розмічення графа є актуальним завданням, яке набуває особливої ваги при виборі оптимального маршруту руху колони техніки.

У статті представлено метод розмічення графа мережі доріг при розв'язуванні задачі вибору оптимального маршруту руху колони техніки для виконання завдань оперативно-службової діяльності прикордонною комендатурою швидкого реагування органу охорони державного кордону Державної прикордонної служби України. Здійснено формалізацію постановки задачі розмічення графа з неоднорідними ребрами, обґрунтовано метод та проведено аналіз алгоритму її вирішення у двох різних випадках: у випадку, коли швидкість руху колони вздовж ребра є сталою на окремих ділянках ребра між фіксованими точками, в яких відомі швидкості транспортних засобів, та у випадку, коли швидкість руху колони вздовж ребра є змінною і такою, що інтерполюється за допомогою деяких математичних методів з урахуванням відомих даних щодо швидкості транспортних засобів колони у фіксованих точках.

Ключові слова: метод, розмічення графа, оптимальний маршрут, колона техніки, алгоритм.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Успіх виконання поставлених перед прикордонною комендатурою швидкого реагування (ПКШР) завдань значною мірою залежить від своєчасності прибуття підрозділів ПКШР у точку призначення [1]. Оперативне перевезення значної кількості особового складу та різномірних вантажів ПКШР на сухопутній ділянці здійснюється шляхом використання транспортних засобів (ТЗ). На підготовчому етапі організації перевезень розв'язується задача формування оптимального складу колони техніки [2]. Паралельно з її вирішенням потребує розв'язування задача вибору маршрутів руху колони техніки.

Існуюча мережа автомобільних доріг забезпечує достатньо велику кількість маршрутів руху між вихідним і кінцевим пунктами. Причому це має місце навіть для незначних відстаней між точками вибуття та призначення. Вказане обумовлює багатоваріантність під час вибору.

Крім того, вибір маршруту руху залежить від багатьох допоміжних умов: навченості водіїв, технічних характеристик техніки, економічності, безпеки руху, дорожніх і природно-кліматичних умов, відстані та термінів перевезень тощо. Неякісне врахування цих факторів у сукупності може призвести до вибору нераціонального маршруту руху, який забезпечить несвоєчасність прибуття підрозділу в пункт призначення, та може призвести до зриву виконання визначених завдань. Тому задача вибору оптимального маршруту руху колони техніки ПКШР є актуальною.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано вирішення даної проблеми. Питанням вибору маршрутів руху колони ТЗ для ефективного переміщення

вантажів і суміжним задачам приділялась увага у ряді робіт, зокрема в роботах [3-8].

Так, у праці [3] в методиці тактичних розрахунків з визначення кількості транспортних засобів для перевезення вантажів приймалися до уваги характеристики вантажів, вантажопідйомність і швидкість руху транспортних засобів, дальність переміщення, терміни завантаження, розвантаження, заправлення, відпочинку водіїв між рейсами (якщо це передбачено), а також терміни переміщення вантажів.

У праці [4] відображені питання прогнозування ефективності маршу військового формування за надійністю зразків озброєння та військової техніки, а також впливу на ефективність маршу кількості ремонтних відділень, технічного стану техніки за показником безвідмовності, рівня оперативності ремонтних органів у проведенні ремонтних робіт та працездатності на проведення робіт відновлення озброєння та військової техніки.

У роботі [5] наведено варіант моделі вантажоперевезень для знаходження у транспортній мережі оптимального маршруту перевезення вантажів від одного відправника декільком споживачам.

Питанням, пов'язаним із змістом роботи начальника автомобільної служби військової частини під час планування та організації автотехнічного забезпечення маршу присвячена праця [6]. У ній відображені питання оцінки стану служби за укомплектованістю та справністю транспортних засобів, їх технічною готовністю, розглянуті можливості ремонтних засобів, підготовки пропозицій на марш.

У наказах [7-8] визначено, що основним показником технічного стану парку машин (автомобільної техніки) підрозділу, частини, з'єднання є коефіцієнт технічної готовності $K_{\text{тг}}$, який визначається при інспектуванні (перевірках) військової частини як відношення кількості справних машин до їх списочної чисельності, а при підведенні підсумків експлуатації за період – як відношення кількості машино-днів знаходження в справному стані до списочної кількості машино-днів.

Однак у проаналізованих роботах [3-8] залишилися поза увагою питання якісного формування початкових даних при постановці задачі визначення оптимального маршруту техніки та адекватності інструментальних засобів для розв'язування задачі. Перше з них стосується визначення часових показників руху колони на окремих ділянках мережі доріг.

Отже, з урахуванням того, що моделлю мережі доріг є граф, ребра якого є неоднорідними в розумінні несталості швидкості руху колони вздовж ребра (у подальшому такі ребра називатимемо неоднорідними), задача розміщення графа є актуальним завданням, яке набуває особливої ваги при виборі оптимального маршруту руху колони техніки ПКШР [9].

Мета статті. Таким чином, метою даної роботи є обґрунтування методу розміщення графа з неоднорідними ребрами та аналіз алгоритму його реалізації.

Виклад основного матеріалу дослідження. Для досягнення сформульованої мети вбачається за доцільне здійснити формалізацію постановки задачі, обґрунтувати метод її вирішення, проаналізувати алгоритм реалізації обґрунтованого методу та оцінити їх можливості на конкретному прикладі.

Формалізація постановки задачі розміщення графа з неоднорідними ребрами

Нехай мережа автомобільних доріг в загальному випадку представляється у вигляді графа. Кількість вершин графа рівна n . Ребро графа, що з'єднує вершини i та j позначимо через $(i; j)$. І нехай необхідно здійснити переміщення колони техніки з пункту А в пункт В (з однієї вершини графа в іншу вершину) за мінімальний проміжок часу. У складі колони техніки є m видів ТЗ. Окремий вид ТЗ позначається через k ($k = \overline{1, m}$).

Припустимо, що швидкість руху окремих одиниць техніки одного виду є сталою, а швидкість руху різних видів техніки у загальному випадку різна.

Вершини графа є вузлами розгалуження доріг. Вага ребра графа являє собою час руху колони між його вершинами. Швидкість колони визначається швидкістю виду ТЗ, яка має

мінімальне значення для фіксованого проміжку часу. Останній є однією з складових загального часу руху колони вздовж ребра $(i; j)$.

Необхідно здійснити розміщення графа, тобто знайти вагу кожного ребра графа з урахуванням того, що ребра графа неоднорідні.

У подальшому задачу в такій постановці називатимемо задачею розміщення графа з неоднорідними ребрами.

Обґрунтування методу розміщення графа з неоднорідними ребрами

Вихідною умовою розв'язування задачі є відомі значення швидкості руху ТЗ колони лише у фіксованих точках ребер графа.

З урахуванням цього, для обґрунтування методу розміщення графа з неоднорідними ребрами слід приймати до уваги одну з наступних можливих гіпотез:

гіпотеза 1 - швидкість руху колони вздовж ребра є сталою на окремих ділянках ребра між фіксованими точками, в яких відомі швидкості ТЗ. Швидкість руху колони на окремій ділянці ребра рівна мінімальній швидкості ТЗ у початковій точці;

гіпотеза 2 – швидкість руху колони вздовж ребра є змінною і такою, що інтерполюється деяким математичним методом з урахуванням даних щодо швидкості ТЗ колони у фіксованих точках з відомою швидкістю ТЗ у них.

Реалізація гіпотези 1.

Для розв'язування задачі розглянемо окреме ребро $(i; j)$ графа, що наведене на рис. 1.



Рисунок 1 – Ребро $(i; j)$ графа, що представляє мережу автомобільних доріг між вихідним пунктом А та пунктом призначення В

Розіб'ємо ребро $(i; j)$ точками $0, 1, 2, \dots, \omega-1, \omega, \dots, s-1, s$, в яких швидкість ТЗ колони є відомою, а отже, такими, що відповідають моментам часу, в яких швидкість с колони дискретно змінює своє значення. При цьому точка 0 співпадає з кінцем i , а точка s з кінцем j ребра $(i; j)$.

Введемо позначення:

$t_{\omega(i; j)}$ - момент часу, в який колона техніки перебуває в точці ω ($\omega = \overline{0, s}$);

$\Delta L_{\omega(i; j)}$ - довжина шляху між точками $\omega-1$ і ω ребра $(i; j)$;

$v_k[t_{\omega-1(i; j)}; t_{\omega(i; j)}]$ - швидкість k -го виду техніки на часовому проміжку $[t_{\omega-1(i; j)}; t_{\omega(i; j)}]$ ребра $(i; j)$. З урахуванням гіпотези 1 ця швидкість рівна швидкості руху колони в точці $\omega-1$.

Отже, ділянці $\Delta L_{\omega(i; j)}$ відповідають такі швидкості усіх видів техніки колони:

$$v_1[t_{\omega-1(i; j)}; t_{\omega(i; j)}], v_2[t_{\omega-1(i; j)}; t_{\omega(i; j)}], \dots, v_k[t_{\omega-1(i; j)}; t_{\omega(i; j)}], \dots, v_l[t_{\omega-1(i; j)}; t_{\omega(i; j)}].$$

Тоді, з урахуванням того, що швидкість колони визначається швидкістю того виду ТЗ, який має мінімальне значення для фіксованого проміжку часу, швидкість колони на ділянці $\Delta L_{\omega(i;j)}$ визначатиметься за формулою:

$$\bar{v}_{\omega[t_{\omega-1(i;j)};t_{\omega(i;j)}]} = \min \{ v_1[t_{\omega-1(i;j)};t_{\omega(i;j)}], v_2[t_{\omega-1(i;j)};t_{\omega(i;j)}], \dots, v_k[t_{\omega-1(i;j)};t_{\omega(i;j)}], \dots, v_l[t_{\omega-1(i;j)};t_{\omega(i;j)}] \}. \quad (1)$$

Слід зауважити, що з урахуванням гіпотези 1 для ділянки $\Delta L_{\omega(i;j)}$ величина $\bar{v}_{\omega[t_{\omega-1(i;j)};t_{\omega(i;j)}]}$ є сталою для всіх видів техніки, що рухаються в складі колони.

Наведене дозволяє зробити висновок, що час руху колони на ділянці $\Delta L_{\omega(i;j)}$ буде рівним

$$\bar{t}_{\omega(i;j)} = \frac{\Delta L_{\omega(i;j)}}{\bar{v}_{\omega[t_{\omega-1(i;j)};t_{\omega(i;j)}]}}. \quad (2)$$

При цьому, формулою (2) можна користуватися при довільному $\omega = \overline{1, s}$.

А отже, вага ребра $(i;j)$ може бути знайдена за формулою

$$t(i;j) = \sum_{\omega=1}^s \bar{t}_{\omega(i;j)}, \quad (3)$$

або, з урахуванням виразів (1)-(2),

$$t(i;j) = \sum_{\omega=1}^s \frac{\Delta L_{\omega(i;j)}}{\min \{ v_1[t_{\omega-1(i;j)};t_{\omega(i;j)}], \dots, v_k[t_{\omega-1(i;j)};t_{\omega(i;j)}], \dots, v_l[t_{\omega-1(i;j)};t_{\omega(i;j)}] \}}. \quad (4)$$

Алгоритм реалізації методу розмічення графа з неоднорідними ребрами безпосередньо визначається формулою (4).

Оцінимо його на конкретному прикладі.

Нехай колона техніки складається з чотирьох видів ТЗ.

І нехай для деякого ребра $(i;j)$ мережі доріг зафіксовано шість точок з відомими значеннями швидкості в них для кожного виду ТЗ. Швидкість колони на окремій ділянці ребра рівна мінімальній швидкості ТЗ у початковій точці ділянки ребра. Вихідні дані див. у табл. 1.

Таблиця 1

Вихідні дані для розрахунку ваги ребра

Початкові умови						
Ребро	Ділянки ребра $(i;j)$ між точками $\omega-1$ і ω	Довжина ділянки ребра $(i;j)$ між точками $\omega-1$ і ω : $\Delta L_{\omega(i;j)}$, км	Швидкість окремих видів ТЗ колони на ділянках ребра $(i;j)$ між точками $\omega-1$ і ω : $v_k[t_{\omega-1(i;j)};t_{\omega(i;j)}]$, км/год			
			v_1	v_2	v_3	v_4
$(i;j)$	(0;1)	8	80	70	60	60
	(1;2)	5	60	50	45	55
	(2;3)	2	50	40	20	35
	(3;4)	7	40	35	30	25
	(4;5)	4	50	40	40	35
	(5;6)	3	35	20	15	30

Необхідно знайти вагу ребра $(i; j)$.

Розв'язання задачі можна оцінити з табл. 2.

Таблиця 2

Результати обчислень			
Ділянки ребра $(i; j)$ між точками $\omega - 1$ і ω	Результати обчислень		
	Швидкість колони на ділянці $\Delta L_{\omega(i; j)}$: $\bar{v}_{\omega}[t_{\omega-1(i; j)}; t_{\omega(i; j)}]$, км/год (див. формулу (1))	Час руху колони на ділянці $\Delta L_{\omega(i; j)}$: $\bar{t}_{\omega(i; j)}$, год (див. формулу (2))	Вага ребра $(i; j)$: $t_{(i; j)}$, год (див. формулу (3))
(0;1)	60	0,1333	0,9386
(1;2)	45	0,1111	
(2;3)	20	0,1000	
(3;4)	25	0,2800	
(4;5)	35	0,1142	
(5;6)	15	0,2000	

Таким чином, вага ребра рівна 0,9386.

Реалізація гіпотези 2.

Описаний вище підхід дозволяє підійти до розв'язування задачі розміщення графа і при реалізації гіпотези 2.

Розв'язування задачі при цьому виглядає так.

Нехай $v_{k(i; j)}(t)$ – це швидкість k -го виду техніки у момент часу t , який належить часовому проміжку $[t_{0(i; j)}; t_{0(i; j)} + t_{(i; j)}]$. Тут $t_{0(i; j)}$ – момент часу, в який колона техніки перебуває в точці, яка відповідає вершині графа i , а $t_{(i; j)}$ – шукана вага ребра $(i; j)$.

Тоді, з урахуванням того, що швидкість колони визначається швидкістю того виду ТЗ, який має мінімальне значення для фіксованого моменту часу $t \in [t_{0(i; j)}; t_{0(i; j)} + t_{(i; j)}]$, швидкість колони у момент t буде рівна

$$v_{(i; j)}(t) = \min \{ v_{1(i; j)}(t); v_{2(i; j)}(t); \dots; v_{k(i; j)}(t); \dots; v_{l(i; j)}(t) \}. \quad (5)$$

А отже, справедливою буде формула

$$\int_{t_{0(i; j)}}^{t_{0(i; j)} + t_{(i; j)}} v_{(i; j)}(t) dt = \Delta L_{(i; j)}, \quad (6)$$

де $\Delta L_{(i; j)}$ – відома довжина шляху між точками 0 і s ребра $(i; j)$.

Застосування формули Ньютона-Лейбніца до лівої частини формули (6) дозволяє отримати, що

$$f_{(i; j)}(t) \Big|_{t_{0(i; j)}}^{t_{0(i; j)} + t_{(i; j)}} = \Delta L_{(i; j)}, \quad (7)$$

де $f_{(i; j)}(t)$ – первісна функції $v_{(i; j)}(t)$ на проміжку $[t_{0(i; j)}; t_{0(i; j)} + t_{(i; j)}]$.

Здійснивши серію перетворень, з (7) можна отримати

$$\begin{aligned} f_{(i; j)}(t_{0(i; j)} + t_{(i; j)}) - f_{(i; j)}(t_{0(i; j)}) &= \Delta L_{(i; j)}, \\ f_{(i; j)}(t_{0(i; j)} + t_{(i; j)}) &= f_{(i; j)}(t_{0(i; j)}) + \Delta L_{(i; j)}, \\ t_{0(i; j)} + t_{(i; j)} &= f_{(i; j)}^{-1}(f_{(i; j)}(t_{0(i; j)}) + \Delta L_{(i; j)}). \end{aligned}$$

В останньому виразі $f_{(i,j)}^{-1}$ – це функція, що обернена до функції $f_{(i,j)}(t)$ на проміжку $[t_{0(i,j)}; t_{0(i,j)} + t_{(i,j)}]$.

А отже, шукана вага ребра (i,j) буде рівна

$$t_{(i,j)} = f_{(i,j)}^{-1}(f_{(i,j)}(t_{0(i,j)}) + \Delta L_{(i,j)}) - t_{0(i,j)}. \quad (8)$$

Слід зауважити, що цим підходом можна скористатися і у випадку, коли швидкість окремих ТЗ не залежить від виду техніки і є різною.

Алгоритм реалізації методу розміщення графа з неоднорідними ребрами при реалізації гіпотези 2 складніший ніж у випадку гіпотези 1 і залежить від того, відомими чи невідомими є функції швидкостей, що фігурують у формулі (5). У разі, якщо ці функції відомі, розв'язування задачі зводиться до реалізації розрахунків, що визначаються формулами (5)-(8). У протилежному випадку для їх відшукування слід застосовувати певні методи інтерполяції.

Оцінимо алгоритм для складнішого випадку на конкретному прикладі.

Розглянемо задачу з початковими умовами такими ж, як у попередньому прикладі (див. дані табл. 1). Тобто вважатимемо відомими значення швидкості ТЗ колони у визначених точках ребра (слід зазначити, що такий же підхід можна застосовувати і у випадку, коли ці точки інші).

Знайдемо вагу ребра (i,j) , застосовуючи наступні методи для інтерполяції швидкості руху колони вздовж ребра (i,j) : графічний метод, метод середніх, метод найменших квадратів [10-11].

З урахуванням початкових умов і даних табл. 2 інтерполяційні вузли будуть наступними (див. табл. 3).

Таблиця 3

Інтерполяційні вузли для визначення функціональної залежності
для швидкості колони на ділянці ребра (i,j)

Точки ω ребра (i,j)	Координати інтерполяційних вузлів	
	Абсциса інтерполяційного вузла – момент перебування колони на ділянці $\Delta L_{\omega(i,j)}$ в точці ω , год	Ордината інтерполяційного вузла - швидкість колони на ділянці $\Delta L_{\omega(i,j)}: \bar{v}_{\omega}[t_{\omega-1(i,j)}; t_{\omega(i,j)}]$, км/год
0	0	60
1	0,1333	60
2	0,1333+0,1111	45
3	0,1333+0,1111+0,1000	20
4	0,1333+0,1111+0,1000+0,2800	25
5	0,1333+0,1111+0,1000+0,2800+0,1142	35
6	0,1333+0,1111+0,1000+0,2800+0,1142+0,2000	15

Тоді, застосування вказаних методів інтерполяції дозволяє встановити функціональні залежності для швидкості руху колони вздовж ребра (i,j) , а застосування формули (8) до них дозволяє знайти вагу ребра.

Результати застосування такого підходу у випадку лінійної інтерполяції можна оцінити з табл. 4.

Розглянемо тепер підхід до реалізації методу у випадку попереднього визначення функціональних залежностей для швидкостей руху окремих видів ТЗ колони.

З урахуванням початкових умов і даних табл. 1, 2 інтерполяційні вузли будуть наступними (див. табл. 5).

Таблиця 4

Результати застосування лінійної інтерполяції для визначення ваги ребра (i; j)

Метод інтерполяції	Вид функції $v_{(i;j)}(t)$	Вага ребра (i; j): $t_{(i;j)}$, год (див. формулу (8))
Графічний метод	$-47,944 \cdot t + 60$	0,6545
Метод середніх	$-34,371 \cdot t + 52,455$	0,7251
Метод найменших квадратів	$-39,465 \cdot t + 54,927$	0,7081

Таблиця 5

Інтерполяційні вузли для визначення функціональної залежності для швидкості колони на ділянці ребра (i; j)

Точки ω ребра (i; j)	Координати інтерполяційних вузлів				
	Абсциса інтерполяційного вузла – момент перебування колони на ділянці $\Delta L_{\omega(i;j)}$ в точці ω , год	Ордината інтерполяційного вузла - швидкість окремого виду ТЗ колони на ділянці $\Delta L_{\omega(i;j)}: v_k[t_{\omega-1(i;j)}; t_{\omega(i;j)}]$, км/год			
		v_1	v_2	v_3	v_4
0	0	80	70	60	60
1	0,1333	80	70	60	60
2	0,1333+0,1111	60	50	45	55
3	0,1333+0,1111+0,1000	50	40	20	35
4	0,1333+0,1111+0,1000+0,2800	40	35	30	25
5	0,1333+0,1111+0,1000+0,2800+0,1142	50	40	40	35
6	0,1333+0,1111+0,1000+0,2800+0,1142+0,2000	35	20	15	30

Застосування інтерполяційного полінома Лагранжа [10] до умов досліджуваної задачі дозволяє встановити функціональні залежності швидкості руху кожного виду ТЗ колони.

Аналітичний вид цих залежностей буде наступним:

$$v_1(t) = -14967 \cdot t^6 + 40763 \cdot t^5 - 42807 \cdot t^4 + 21813 \cdot t^3 - 5345 \cdot t^2 + 414 \cdot t + 80.0;$$

$$v_2(t) = -10951 \cdot t^6 + 31048 \cdot t^5 - 34389 \cdot t^4 + 18606 \cdot t^3 - 4806 \cdot t^2 + 382 \cdot t + 70.0;$$

$$v_3(t) = 23645 \cdot t^6 - 63692 \cdot t^5 + 61590 \cdot t^4 - 25215 \cdot t^3 + 3879 \cdot t^2 - 196 \cdot t + 60.0;$$

$$v_4(t) = 19445 \cdot t^6 - 55013 \cdot t^5 + 57113 \cdot t^4 - 26073 \cdot t^3 + 4842 \cdot t^2 - 301 \cdot t + 60.0.$$

Графічне представлення цих залежностей можна оцінити з рис. 2.

Тоді вид функціональної залежності швидкості руху колони буде являти собою графік функції $v_{(i;j)}(t) = \min \{v_1(t); v_2(t); v_3(t); v_4(t)\}$, тобто нижню межу графіків, що наведені на

рис. 2.

Для встановлення цієї залежності додатково слід визначити координати точок перетину окремих графіків. Для цього можна застосувати довільний наближений метод розв'язування поліноміальних рівнянь.

У досліджуваному випадку такий підхід дозволяє встановити, що

$$v_{(i;j)}(t) = \begin{cases} v_4(t), t \in [0; 0,1333]; \\ v_3(t), t \in [0,1333; 0,5644]; \\ v_4(t), t \in [0,5644; 0,7889]; \\ v_3(t), t \in [0,7889; 0,9386]. \end{cases}$$

З урахуванням цього та підходу, що визначається формулами (6)-(8), нескладно визначити вагу ребра $(i;j)$. Вона рівна $t_{(i;j)} = 0,8995$.

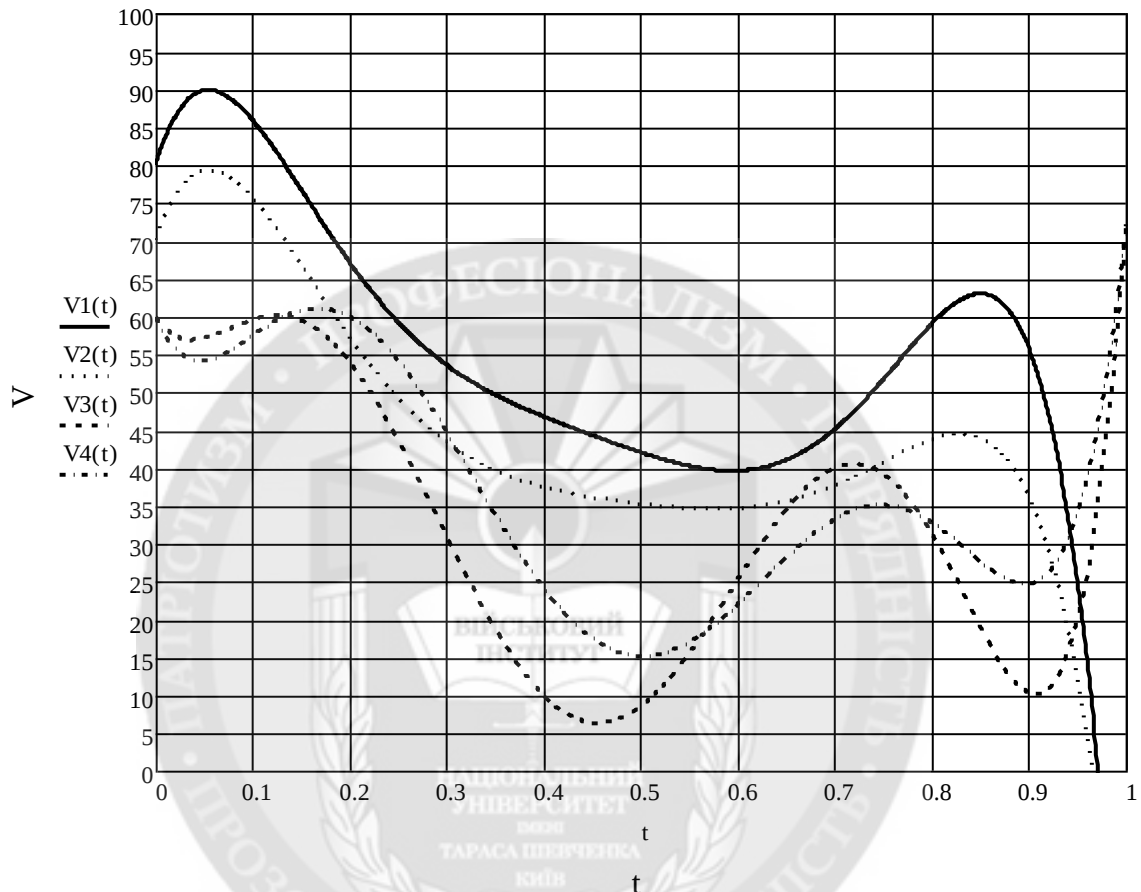


Рисунок 2 – Функціональні залежності швидкості руху окремих видів техніки на ділянці ребра $(i;j)$

Таким чином, застосування різних підходів і реалізація різних гіпотез, які аналізуються в роботі, дозволяє визначити вагу ребра і порівняти отримані результати (див. табл. 6).

Таблиця 6

Результати розв'язування досліджуваної задачі

	Гіпотеза 1	Гіпотеза 2			
		Метод інтерполяції			Інтерполяційний поліном Лагранжа
		Графічний метод	Метод середніх	Метод найменших квадратів	
Вага ребра $(i;j)$: $t_{(i;j)}$, год	0,9386	0,6545	0,7251	0,7081	0,8995

Слід зазначити, що останній описаний підхід є не єдино можливим. При його реалізації можна застосовувати і методи інтерполяції, що були описані вище. Крім цього, можна застосовувати і сплайн-інтерполяцію [12]. При цьому, питання визначення доцільного для застосування методу є актуальним і таким, що потребує окремого дослідження. Це пояснюється тим, що подальше застосування методів визначення найкоротшого маршруту руху колони може суттєво залежати від результату розв'язування досліджуваної у роботі задачі. Адже отримані результати можуть впливати не лише на значення шуканого часу руху колони з пункту А в пункт В, а і на сам маршрут.

Висновки. У результаті проведеного дослідження здійснено формалізацію постановки задачі розміщення графа з неоднорідними ребрами та обґрунтовано метод її вирішення у двох різних випадках, що визначаються сформульованими в роботі гіпотезами.

У подальших дослідженнях авторами вбачається автоматизація методу.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Наказ Міністерства Внутрішніх справ України “Про затвердження Положення про прикордонну комендатуру швидкого реагування Державної прикордонної служби України” № 190 від 21.03.2016 р. – К.: МВСУ, 2016. – 8 с.
2. Боровик О.В., Рачок Р.В., Боровик Л.В., Купельський В.В. Математична модель задачі формування складу транспортної колони прикордонної комендатури швидкого реагування та її програмно-алгоритмічна реалізація // Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Вип. № 55. – К: ВІКНУ, 2017. – С. 17-30.
3. Вайнер А.Я. Тактические расчёты / Вайнер А.Я. – М.: Воениздат, 1982. – 176 с.
4. Чорний М.В. Прогнозування ефективності маршруту військового формування за надійністю зразків озброєння та військової техніки аналітичним моделюванням / Чорний М. В., Степанов С. С. // Військово-технічний збірник. Львів: АСВУ, 2014. – № 2(14). – С. 64–69.
5. Матвейчук Т.А. Моделювання та програмна реалізація процесу планування вантажоперевезень у військовій логістиці / Матвейчук Т.А. // Військово-технічний збірник. Львів: АСВУ, 2016. – № 14. – С. 18–25.
6. Кривоусов П.Ф. Содержание работы начальника автомобильной службы части (подразделения) при планировании и организации автотехнического обеспечения марша / Кривоусов П. Ф. // Учебное пособие – Омск: СибАДИ, 2010. – 77 с.
7. Наказ Міністерства внутрішніх справ України “Про затвердження Інструкції про автомобільне та бронетанкове забезпечення в Державній прикордонній службі України” №577 от 09.07.2018 р. – К.: ДПСУ, 2018. – 128 с.
8. Наказ Голови Держкомітету – командуючого Прикордонними військами України “Про затвердження Інструкції про порядок проведення комплексних перевірок (інспектування) озброєння, техніки й особового складу технічних служб, підрозділів, частин, з'єднань Прикордонних військ України” № 300 від 25.07.1995 р. – К.: ДККУ, 1995. – 120 с.
9. Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю.М. Дискретна математика. – К.: Видавнича група ВНУ, 2007. – 368 с.
10. Боровик О.В., Боровик Л.В., Матохнюк Л.О. Вища математика: Диференціальне числення функцій однієї і багатьох змінних. Частина 2: навчальний посібник. – Хмельницький: Видавництво НАДПСУ, 2016. – 640 с.
11. Боровик О.В., Гашук І.В., Трасковецька Л.М. Вища математика: Інтегральне числення. Частина 3: навчальний посібник. – Хмельницький: Видавництво НАДПСУ, 2016. – 630 с.
12. Сплайн-функції та їх застосування / Б. П. Довгий, А. В. Ловейкін, Є. С. Вакал, Ю. Є. Вакал. – К.: Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2016. – 117 с.

REFERENCES:

1. Nakaz Ministerstva Vnutrishnikh sprav Ukrainy “Pro zatverdzhennia Polozhennia pro prykordonnu komendaturu shvydkoho reahuvannia Derzhavnoi prykordonnoi sluzhby Ukrainy” № 190 vid 21.03.2016 r. – K.: MVSU, 2016. – 8 s.
2. Borovyk O. V., Rachok R. V., Borovyk L. V., Kupelskyi V. V. Matematychna model zadachi formuvannia skladu transportnoi kolony prykordonnoi komendatury shvydkoho reahuvannia ta yii prohranno-

alghorytmichna realizatsiia // Zbirnyk naukovykh prats Viiskovoho instytutu Kyivskoho natsionalnoho universytetu imeni Tarasa Shevchenka. Vyp. № 55. – K.: VIKNU, 2017. – S. 17-30.

3. Vainer A. Ya. Taktycheskiye raschëty / Vainer A. Ya. – M.: Voenyzdat, 1982. – 176 s.

4. Chornyi M. V. Prohnozuvannia efektyvnosti marshu viiskovoho formuvannia za nadiinistiu zrazkiv ozbroiennia ta viiskovoi tekhniki analitychnym modeliuvanniam / Chornyi M. V., Stepanov S. S. // Viiskovo-tekhnichnyi zbirnyk. Lviv: ASVU, 2014. – № 2(14). – S. 64–69.

5. Matveichuk T. A. Modeliuvannia ta prohramna realizatsiia protsesu planuvannia vantazhoperevezen u viiskovii lohistytsi / Matveichuk T. A. // Viiskovo-tekhnichnyi zbirnyk. Lviv: ASVU, 2016. – № 14. – S. 18–25.

6. Kryvousov P. F. Soderzhanye raboty nachalnika avtomobylnoi sluzhby chasty (podrazdeleniya) pry planirovaniy y orhanyzatsyy avtotekhnycheskoho obespecheniya marsha / Kryvousov P. F. // Uchebnoe posobyе – Omsk: SybADY, 2010. – 77 s.

7. Nakaz Ministerstva vnutrishnikh sprav Ukrainy “Pro zatverdzhennia Instruksii pro avtomobilne ta bronetankove zabezpechennia v Derzhavniy prykordonnii sluzhbi Ukrainy” №577 ot 09.07.2018 r. – K.: DPSU, 2018. – 128 s.

8. Nakaz Holovy Derzhkomitetu – komanduiuchoho Prykordonnymy viiskamy Ukrainy “Pro zatverdzhennia Instruksii pro poriadok provedennia kompleksnykh perevirok (inspektuvannia) ozbroiennia, tekhniki y osobovoho skladu tekhnichnykh sluzhbb, pidrozdiliv, chastyn, ziednan Prykordonnykh viisk Ukrainy” № 300 vid 25.07.1995 r. – K.: DKKU, 1995. – 120 s.

9. Nikolskyi Yu. V., Pasichnyk V. V., Shcherbyna Yu. M. Dyskretna matematyka. – K.: Vydavnycha hrupa BHV, 2007. – 368 s.

10. Borovyk O.V., Borovyk L.V., Matokhniuk L.O. Vyshcha matematyka: Dyferentsialne chyslennia funksii odniiei i bahatokh zminnykh. Chastyna 2: navchalnyi posibnyk. – Khmelnytskyi: Vydavnytstvo NADPSU, 2016. – 640 s.

11. Borovyk O.V., Hashchuk I.V., Traskovetska L.M. Vyshcha matematyka: Intehralne chyslennia. Chastyna 3: navchalnyi posibnyk. – Khmelnytskyi: Vydavnytstvo NADPSU, 2016. – 630 s.

12. Splain-funksii ta yikh zastosuvannia / B. P. Dovhyi, A. V. Loveikin, Ye. S. Vakal, Yu. Ye. Vakal. – K.: Vydavnycho-polihrafichnyi tsentr “Kyivskyi universytet”, 2016. – 117 s.

д.т.н., проф. Боровик О.В., Купельский В.В.

МЕТОД РАЗМЕТКИ ГРАФА СЕТИ ДОРОГ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОГО МАРШРУТА ДВИЖЕНИЯ КОЛОННЫ ТЕХНИКИ ПОГРАНИЧНОЙ КОМЕНДАТУРОЙ БЫСТРОГО РЕАГИРОВАНИЯ И АЛГОРИТМ ЕГО РЕАЛИЗАЦИИ

Оперативные перевозки значительного количества личного состава и разнородных грузов подразделений на сухопутном участке осуществляются путем использования транспортных средств. На подготовительном этапе организации перевозок решается задача формирования оптимального состава колонны техники. Параллельно с ее решением требует решения задача выбора маршрутов движения колонны техники. На сегодня существуют методы ее решения. Однако они применимы к размеченным графам, которые представляют собой модель сети дорог. А значит, еще не до конца проанализированы вопросы качественного формирования исходных данных при постановке задачи определения оптимального маршрута техники и адекватности инструментальных средств для решения задачи. Следовательно, с учетом того, что моделью сети дорог является граф, ребра которого являются неоднородными в понимании неустойчивости скорости движения колонны вдоль ребра, задача разметки графа является актуальной задачей, которая приобретает особое значение при выборе оптимального маршрута движения колонны техники.

В статье представлен метод разметки графа сети дорог при решении задачи выбора оптимального маршрута движения колонны техники для выполнения задач оперативно-служебной деятельности пограничной комендатурой быстрого реагирования органа охраны государственной границы Государственной пограничной службы Украины. Осуществлена формализация постановки задачи разметки графа с неоднородными ребрами, обоснован метод и проведен анализ алгоритма ее решения в двух разных случаях: в случае, когда скорость движения колонны вдоль ребра является постоянной на отдельных участках ребра между фиксированными точками, в которых известны скорости транспортных средств, и в случае, когда скорость движения колонны вдоль ребра является переменной и такой, что интерполируется с помощью

некоторых математических методов с учетом известных данных о скорости транспортных средств колонны в фиксированных точках.

Ключевые слова: метод, разметка графа, оптимальный маршрут, колонна техники, алгоритм.

prof. Borovyk O.V., Kupelskiy V.V.

METHOD OF GRAPH LABELLING OF ROAD NETWORK WHILE SOLVING THE PROBLEM OF SELECTING OPTIMAL TRAFFIC ROUTE FOR MOTOR CONVOY OF RAPID MOBILITY BORDER COMMAND POST AND THE ALGORITHM OF ITS REALIZATION

Operational transportation of a considerable quantity of personnel and diverse cargoes of a units on land is carried out by using motor vehicles. At the preparatory stage of the organization of transportation, the problem of forming the optimal composition of the motor convoy is solved. The task of selecting the route of the convoy needs to be solved concurrently. The solution to the second problem is due to the following difficulties. The existing network of motor ways provides a sufficiently large number of traffic routes between the departure point and the end points, even for small distances between the points of departure and destination. In addition, the choice of the route depends on many auxiliary conditions: driver proficiency, technical characteristics of vehicles, efficiency, traffic safety, etc. Inadequate consideration of these factors in aggregate may lead to the selection of inappropriate traffic route, which will result in the late arrival of the unit to the destination and failure to perform specified tasks. Therefore, the task of choosing the optimal traffic route for a motor convoy is topical.

Today there are methods for solving similar problems. However, they are applicable to labelled graphs, which represent a model of a road network. At the same time, the mentioned works do not analyse the qualitative formation of the initial data when setting the task of determining an optimal traffic route and an adequacy of tools for solving the problem. The first of these concerns the determination of the timing data of the motor convoy movement at separate sections of a road network.

Consequently, given that the model of the network of roads is a graph whose edges are heterogeneous considering the instability of the speed of a column along the edge, the task of labelling the graph is an urgent problem that becomes of particular importance when choosing the optimal route for movement of the motor convoy.

The article describes the method of graph labelling of a road network while solving the problem of selecting an optimal traffic route for movement of the motor convoy to perform tasks of operational and service activities by a rapid mobility border command post of a border protection body of the State Border Guard Service of Ukraine. The formalization of the problem for labelling a graph with nonhomogeneous edges was carried out; the method was substantiated and the algorithm for its solution was analysed in two different cases: in the case where the speed of the convoy along the edge is constant in certain sections of the edge between fixed points, in which the speeds of vehicles are known, and in the case where the speed of the convoy along the edge is variable and interpolated by some mathematical methods, taking into account the known data on the speed of the motor convoy at the fixed points.

The authors consider the automation of the method to be the directions for further researches.

Key words: method, graph labelling, optimal route, motor convoy, algorithm.