УДК 004.942

д.т.н., проф. **Боровик О.В.** (НАДПСУ)
Боровик Д.О. (ХНУ)

DOI: https://doi.org/10.17721/2519-481X/2020/69-03

УДОСКОНАЛЕННЯ НАУКОВО-МЕТОДИЧНОГО АПАРАТУ РОЗКРИТТЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ В ЗАДАЧАХ ВЗАЄМОДІЇ

Для значного класу задач системного аналізу важливою проблемою є розкриття невизначеностей. Це зумовлено різноманітністю цілей, властивостей і особливостей досліджуваних об'єктів. На сьогодні залишається актуальним завдання розкриття невизначеності конфліктів у задачах вибору цілей задумів і планів у процесі взаємодії партнерів або протидії конкурентів чи супротивників. У системному аналізі існують методи, які дозволяють в окремих випадках розв'язувати ці задачі. Вони базуються на застосуванні методів математичного аналізу і теорії ймовірностей. Однак ці методи застосовні лише до задач, у яких кількість партнерів і аргументів цільових функцій, що визначають мету їх діяльності, співпадають. Оскільки ж на практиці, як правило, таке обмеження не виконується, актуальним є завдання пошуку підходів до розв'язання задач розкриття невизначеності конфліктів у задачах вибору цілей задумів і планів у процесі взаємодії партнерів або протидії конкурентів чи супротивників, які б забезпечували можливість вирішення задач для довільної кількості партнерів і аргументів їх цільових функцій.

У роботі здійснено формалізацію задачі розкриття невизначеності при взаємодії партнерів, у якій кількість аргументів цільових функцій не обов'язково рівна кількості партнерів. Також проведено аналіз існуючого підходу щодо вирішення сформульованої задачі у випадку відсутності та наявності ситуаційної невизначеності для двох і довільної кількості партнерів. На основі застосування технічних обмежень запропоновано підхід щодо вирішення задачі та сформовано програмно-алгоритмічне забезпечення його реалізації. Зазначений підхід базується на попередньому формуванні області допустимих рішень (області Парето) та подальшому пошуку раціонального рішення в цій області. Запропонований підхід може застосовуватись до розв'язування задачі розкриття невизначеності конфліктів як у випадку відсутності, так і наявності ситуаційної невизначеності. Програмно-алгоритмічна реалізація авторського підходу до вирішення досліджуваної задачі дозволяє автоматизувати окремі етапи вирішення задачі.

Ключові слова: математична модель, невизначеність, партнери, область визначення, технічні обмеження.

Вступ. Для значного класу формалізованих задач системного аналізу важливою проблемою є розкриття невизначеностей. Це зумовлено різноманітністю цілей, властивостей і особливостей об'єктів системного аналізу. Прикладні задачі, які не містять невизначеностей, є скоріше винятком, ніж правилом. Адекватний опис проблеми зазвичай містить різного типу невизначеності, що відображає той природний стан, у якому перебуває дослідник. Будь-яке його знання завжди є відносно неповним і неточним. Це безпосередньо випливає з теореми Геделя про неповноту [1] та еволюцію розвитку людського пізнання.

Формально задачі розкриття невизначеностей у системному аналізі та теорії дослідження операцій багато в чому схожі. Проте є й принципові відмінності у підходах до формалізації, розв'язання і реалізації на практиці. Вони полягають насамперед у тому, що задачі в теорії дослідження операцій мають більший ступінь формалізації, оскільки в них зазвичай апріорі задано всі обмеження, припущення, вихідні дані та математичні моделі. У задачах же системного аналізу частину обмежень, припущень і вихідних даних наперед не вивчено. Інформацію про них уточнюють у процесі формалізації та розв'язання задачі.

Найпоширенішими на практиці є невизначеності цілей, ситуацій, конфліктів. Суть цих невизначеностей наведена у роботі [2]. На сьогодні залишається актуальним завдання розкриття невизначеності конфліктів у задачах вибору цілей задумів і планів у процесі взаємодії партнерів або протидії конкурентів чи супротивників.

Постановка проблеми. На даний час у системному аналізі існують методи, які дозволяють в окремих випадках розв'язувати ці задачі. Вони базуються на застосуванні методів математичного аналізу і теорії ймовірностей [3,4]. Однак ці методи застосовні лише до задач, у яких кількість партнерів і аргументів цільових функцій, що визначають мету їх діяльності, співпадають. Оскільки ж на практиці, як правило, таке обмеження не виконується, актуальності набуває завдання пошуку підходів до розв'язання задач розкриття невизначеності конфліктів у задачах вибору цілей задумів і планів у процесі взаємодії партнерів або протидії конкурентів чи супротивників (у подальшому, задач розкриття невизначеності конфліктів), які б забезпечували можливість вирішення задачі для довільної кількості партнерів і аргументів їх цільових функцій.

Під час формалізації і розв'язування реальних задач з описаного вище класу важливе значення має виявлення, насамперед, області допустимих рішень для всіх учасників конфлікту.

Зважаючи на це, одним із можливих підходів до розв'язання задач розкриття невизначеності конфліктів, у яких кількість партнерів і аргументів цільових функцій, що визначають мету їх діяльності, не обов'язково співпадають, є підхід, що базується на реалізації механізмів попереднього виявлення області допустимих рішень для всіх учасників конфлікту.

Таким чином, проблемну задачу, яка потребує вирішення, можна сформулювати так.

Взаємодіє певна кількість партнерів, кожен з яких має свою мету, що визначається заданою цільовою функцією з певною кількістю змінних, яка необов'язково співпадає з кількістю партнерів.

Партнери у процесі активної взаємодії можуть обмінюватися інформацією про свої дії. Можливі такі два варіанти обміну інформацією:

варіант А – повний обмін інформацією про цілі, дії, показники діяльності тощо;

варіант В – частковий обмін інформацією, при якому не надається інформація про цільові функції.

Знайти раціональний компроміс, тобто такі значення аргументів, при яких цільові функції досягли б таких значень, що задовольняло б усіх партнерів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Зважаючи на підхід, який пропонується для розв'язання визначеної задачі, актуальним є проведення аналізу наукових праць, у яких аналізувалися питання, що стосуються механізмів формування області допустимих рішень в оптимізаційних задачах.

Ці питання, зокрема, відображені у роботах [2, 5-17].

Так, у роботах [6-9] наведені теоретичні підходи щодо побудови області допустимих рішень у задачах лінійного, цілочислового, дробово-лійнійного, нелінійного, динамічного програмування.

У роботах [8,9] описано ряд прикладних оптимізаційних задач, які мають місце в економіці, та методи їх розв'язування. При цьому, детальна увага приділена питанням формування області допустимих рішень, як з точки зору коректного застосування математичних підходів до цього, так і з точки зору фізичного змісту досліджуваних процесів.

У роботі [10] наведено ряд прикладних оптимізаційних задач, які мають місце в прикордонній діяльності. При цьому, у цій праці належна увага приділена також питанням формування області допустимих рішень досліджуваних задач.

Роботи [11,12] присвячені теорії алгоритмів та обчислювальних процесів. У цих працях проаналізовано ряд алгоритмів, які можуть бути застосовними до вирішення цілого ряду класів оптимізаційних задач. При цьому, їх аналіз проведено з позиції можливості програмування та оцінки обчислювальної складності.

У роботі [13] наведені підходи до програмування оптимізаційних задач, яке передбачає і побудову області допустимих рішень.

Слід зауважити те, що розвиток підходів щодо формування області допустимих рішень було здійснено і в ряді прикладних наукових досліджень, зокрема [14-17].

Однак, незважаючи на достатньо великий перелік наукових праць, в яких досліджувалися оптимізаційні задачі, на сьогодні ще не до кінця сформовано універсальний підхід, який би дозволяв розв'язувати досліджувану задачу.

Метою статті є удосконалення науково-методичного апарату розкриття невизначеності в задачах взаємодії партнерів, у яких кількість аргументів їх цільових функцій не обов'язково рівна кількості партнерів.

Виклад основного матеріалу дослідження. Для досягнення мети вбачається за доцільне: здійснити формалізацію досліджуваної задачі; здійснити аналіз існуючого підходу щодо її вирішення; окреслити коло проблемних питань, що мають місце при його застосуванні; запропонувати механізм реалізації власного підходу щодо вирішення досліджуваної задачі; сформувати програмно-алгоритмічне забезпечення його реалізації.

<u>Математична постановка задачі.</u>

Нехай взаємодіє k партнерів, цільові функції яких мають вид

$$f_1(x_1, x_2, ..., x_n),\ f_2(x_1, x_2, ..., x_n), \dots,\ f_k(x_1, x_2, ..., x_n). \tag{1}$$

$x_1, x_2, ..., x_n$ - параметри, значення яких можуть змінювати партнери.

Партнери у процесі активної взаємодії можуть обмінюватися інформацією про свої дії. Кожен із партнерів намагається максимізувати значення своєї цільової функції.

Тобто, партнер 1 прагне забезпечити

$$f_1(x_1, x_2, ..., x_n) \to \max, \tag{2}$$

партнер 2 -

$$f_2(x_1, x_2, ..., x_n) \to \max, \tag{3}$$

партнер k -

$$f_k(x_1, x_2, ..., x_n) \to \max. \tag{4}$$

При цьому, кожен з партнерів готовий забезпечити не абсолютне значення максимуму власної цільової функції, а відносне, при якому

$$f_1(x_1, x_2, ..., x_n) \geq f_1^*,\ f_2(x_1, x_2, ..., x_n) \geq f_2^*, \dots,\ f_k(x_1, x_2, ..., x_n) \geq f_k^*. \tag{5}$$

Необхідно знайти такі значення $x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*$, при яких виконувалися б умови (5), і які б задовольняли кожного партнера.

<u>Аналіз існуючого підходу щодо вирішення досліджуваної задачі.</u>

Для аналітичного вирішення досліджуваної задачі у прямій постановці методи відсутні.

Однак, існують методи вирішення такої задачі не в прямій постановці. Розглянемо їх з позиції можливості застосування окремих аспектів для вирішення часткових складових досліджуваної у даній роботі задачі [2].

Задача взаємодії двох партнерів.

Випадок відсутності ситуаційної невизначеності.

Нехай $f_1(x_1, x_2)$ і $f_2(x_1, x_2)$ - цільові функції 1 і 2-го партнерів, а x_1, x_2 - вектори параметрів, значення яких можуть змінювати відповідно 1 і 2-й партнери. Партнери у процесі активної взаємодії можуть обмінюватися інформацією про свої дії. Можливі два вище наведені варіанти обміну інформацією: варіант А і варіант В.

У варіанті А невизначеність може бути зумовлена неповнотою інформації про наявну та прогнозовану ситуації. За цих умов кожний із партнерів може діяти самостійно, а розкриття невизначеності цілей зводиться до розкриття ситуаційної невизначеності за відомих $f_1(x_1, x_2, \alpha_1)$, $f_2(x_1, x_2, \alpha_2)$, де α_1 і α_2 - показники ситуаційної невизначеності.

У варіанті В невизначеність може бути зумовлена двома факторами: невизначеністю наявної ситуації і неузгодженими діями партнерів.

У разі відсутності ситуаційної невизначеності розкриття невизначеності цілей дій партнерів виконують послідовно виконанням таких кроків.

Нехай партнер 1 вважає за потрібне для досягнення власної цілі мати значення $x_1 = x_1'$ і сповіщає про це партнеру 2. Партнер 2 максимізує власну ціль з урахуванням інформації першого партнера, тобто, вважаючи відомим $x_1 = x_1'$, знаходить таке значення $x_2 = x_2'$, за якого

$$f_2(x_1', x_2') = \max_{x_2} f_2(x_1', x_2)\,. \tag{6}$$

Партнер 2 повідомляє бажане для нього значення $x_2 = x_2'$ партнеру 1. Партнер 1 розв'язує задачу оптимізації цілі для себе, шукаючи $\max f_1(x_1, x_2)$ за умови $x_2 = x_2'$, зберігаючи значення x'_1 або вибираючи таке x_1'', щоб виконалася умова

$$f_1(x_1'', x_2') = \max_{x_1} f_1(x_1, x_2')\,. \tag{7}$$

Якщо ця умова задовольняє обох партнерів, то задачу розв'язано. Але зазвичай значення x_1'', за якого виконується умова (7), не дорівнює вихідному значенню $x_1 \neq x'_1$. Тому партнер 1 повідомляє нове доцільне для нього значення $x_1 = x_1''$ партнеру 2. Партнер 2 розв'язує задачу (6) за нового значення x_1. Розв'язування задачі припиняють у разі знаходження раціонального компромісу для обох партнерів.

Випадок наявності ситуаційної невизначеності.

Припустимо, що для партнера 1 ситуаційна невизначеність характеризує показник α_1, а для партнера 2 - α_2, де $\alpha_1 \in [\alpha_1^-, \alpha_1^+]$, $\alpha_2 \in [\alpha_2^-, \alpha_2^+]$.

Нехай партнерам відомі значення x_1^0, x_2^0, які забезпечують раціональний компроміс за відсутності ситуаційної невизначеності (попередній варіант). Тоді за умов ситуаційної невизначеності партнер 1 знаходить значення $\hat{x}'_1$ за умови максимізації математичного сподівання функції $f_1(x_1, x_2, \alpha_1)$ за відомих значень $x_2 = x_2^0$, тобто

$$\hat{x}_1' \to \max_{x_1} Mf_1(x_1, x_2^0, \alpha_1)\,, \tag{8}$$

а партнер 2 визначає значення $\hat{x}'_2$ за умови максимізації математичного сподівання функції $f_2(x_1, x_2, \alpha_2)$ за відомих значень $x_1 = x_1^0$, тобто

$$\hat{x}_2' \to \max_{x_2} Mf_2(x_1^0, x_2, \alpha_2)\,. \tag{9}$$

Потім порівнюють значення x_1^0 і $\hat{x}_1'$, x_2^0 і $\hat{x}_2'$, тобто знаходять

$$\Delta x_1' = | x_1^0 - \hat{x}_1' |;\;\; \Delta x_2' = | x_2^0 - \hat{x}_2' |. \tag{10}$$

Якщо $\Delta x_1'$ і $\Delta x_2'$ не перевищують задані значення

$$\Delta x_1' \le \varepsilon_1;\;\; \Delta x_2' \le \varepsilon_2\,, \tag{11}$$

то вважають, що за раціональний компроміс можна взяти значення x_1^0 і x_2^0. Якщо умова (11) не виконується, то процедуру пошуку раціонального компромісу продовжують за розглянутим вище алгоритмом, але замість відповідних функцій беруть їхні математичні сподівання і при $x_2 = \hat{x}_2'$ знаходять $\hat{x}_1''$ за умови

$$\hat{x}_1'' \to \max_{x_1} Mf_1(x_1, \hat{x}_2', \alpha_1)\,.$$

Потім при $x_1 = \hat{x}_1''$ знаходять значення $\hat{x}_2''$ за умови

$$\hat{x}_2'' \to \max_{x_2} Mf_2(\hat{x}_1'', x_2, \alpha_2)\,.$$

Якщо одержані значення $\hat{x}_1''$ і $\hat{x}_2''$ задовольняють партнерів, то процес обчислень припиняють і ці значення беруть за раціональний компроміс. Якщо не задовольняють – процес триває до виконання узгоджених умов компромісу. У кожному показнику компромісу можна вибирати величини

$$\Delta\hat{x}_1^{''} = |\,\hat{x}_1^{'} - \hat{x}_1^{''}\,|; \ \ \Delta\hat{x}_2^{''} = |\,\hat{x}_2^{'} - \hat{x}_2^{''}\,|$$

або

$$\Delta f_1^{'} = |\, Mf_1(\hat{x}_1^{''}, \hat{x}_2^{''}, \alpha_1) - Mf_1(\hat{x}_1^{'}, \hat{x}_2^{'}, \alpha_1)\,|;$$
$$\Delta f_2^{'} = |\, Mf_2(\hat{x}_1^{''}, \hat{x}_2^{''}, \alpha_2) - Mf_2(\hat{x}_1^{'}, \hat{x}_2^{'}, \alpha_2)\,|.$$

Як критерії раціонального компромісу можна використовувати умови виду (11).

Розглянутий підхід зорієнтовано на усереднені показники. Він становить практичний інтерес у випадках коли: різні ситуації майже рівноймовірні; значення цільової функції для різних ситуацій відрізняються несуттєво. Ці умови рідко виконуються на практиці, тому загальнішим є підхід до розкриття невизначеностей із урахуванням факторів ризику.

У цьому випадку заданий інтервал $[\alpha_1^-, \alpha_1^+]$ зміни α_1 замінюється дискретною множиною $\alpha_1^{(1)}, \ldots, \alpha_1^{(q)}, \ldots, \alpha_1^{(q01)}$. Ймовірність появи різних значень $\alpha_1^{(q)}$ неоднакова і характеризується множиною $p_1^{(1)}, \ldots, p_1^{(q)}, \ldots, p_1^{(q01)}$. Аналогічно будують множини для α_2 і p_2. Для кожного значення $q_1 = \overline{1, q_{01}}$ і $q_2 = \overline{1, q_{02}}$ визначається значення цільових функцій кожного партнера, вважаючи відомими умови раціонального компромісу за відсутності факторів ситуаційної невизначеності, тобто покладаючи $x_1 = x_1^0$, $x_2 = x_2^0$. Тоді для $q_1 = \overline{1, q_{01}}$, $q_2 = \overline{1, q_{02}}$ маємо

$$f_1^{(q1)} = f_1(x_1^0, x_2^0, \alpha_1^{(q1)}); \ \ f_2^{(q2)} = f_2(x_1^0, x_2^0, \alpha_2^{(q2)}).$$

У загальному випадку $q_{01} \neq q_{02}$.

Задачу розкриття невизначеності можна розв'язати, використовуючи різні критерії оптимальності. За наявності мети максимізації значень цільової функції, або їх мінімізації доцільно використовувати чебишевський критерій, що дає змогу безпосередньо оцінювати досягнення зазначених цілей. У цьому разі потрібно знайти такі значення $\hat{x}_1^0$, $\hat{x}_2^0$, щоб максимальний відхил цільових функцій від раціонального компромісу був мінімально можливим з урахуванням ймовірностей відповідних ситуацій.

Для партнера 1 ця задача полягає у знаходженні $\hat{x}_1^0$, за відомого значення $x_2 = x_2^0$, щоб значення нев'язки

$$\Delta_1 = \max_{x_1}[\, p_1^{(q1)} \,|\, f_1^{(q1)} - f_1(x_1, x_2^0, \alpha_1^{(q1)})\,|\,] \tag{12}$$

було мінімальним

$$\Delta_1 |_{x = \hat{x}_1^0} = \Delta_1^0 = \min_{x_1} \Delta_1. \tag{13}$$

Для партнера 2 за відомого $x_1 = x_1^0$ потрібно знайти таке $\hat{x}_2^0$, щоб значення нев'язки

$$\Delta_2 = \max_{x_2}[\, p_2^{(q2)} \,|\, f_2^{(q2)} - f_2(x_1^0, x_2, \alpha_2^{(q2)})\,|\,] \tag{14}$$

було мінімально можливим.

Значення $\hat{x}_1^0$ за умов (12), (13) визначають із системи рівнянь

$$f_1(x_1, x_2^0, \alpha_1^{(q1)}) - f_1^{(q1)} = 0, \ q_1 = \overline{1, q_{01}}. \tag{16}$$

Значення $\hat{x}_2^0$ за умов (14), (15) визначають із системи рівнянь

$$f_2(x_1^0, x_2, \alpha_2^{(q2)}) - f_2^{(q2)} = 0, \ q_2 = \overline{1, q_{02}}. \tag{17}$$

Розв'язання кожної з цих задач у загальному випадку зводиться до чебишевської задачі наближення для несумісної системи нелінійних рівнянь (16) або (17), оскільки кількість рівнянь q_1 або q_2 зазвичай більша від кількості змінних (компонент вектора x_1 або x_2). Як показано вище, пошук раціонального компромісу партнерів зводять до послідовності ітерацій і завершують у разі виконання умов типу (11).

Задача взаємодії кількох партнерів

Нехай взаємодіють k_0 партнерів, кожен з яких має власну мету, описувану відомою цільовою функцією вигляду

$$f_k(x_1,...,x_k,...,x_{k0}),\ \ k = \overline{1,k_0}\,,$$

де x_k - вектор параметрів k-го партнера. Партнери обмінюються інформацією про значення параметрів $x_k = x_k^{'}$. При цьому, кожному партнерові відомі всі значення $x_k^{'}$ інших партнерів. Розв'язати задачу розкриття невизначеностей за цих умов можна з урахуванням двох варіантів.

1. Кожен k-й партнер розв'язує задачу окремо, але передає іншим партнерам інформацію про вибрані значення параметрів x_k і ступінь задоволення розв'язків, прийнятих іншими партнерами $(x_1^{'},...,x_{k-1}^{'},x_{k+1}^{'},...,x_{k0}^{'})$.

2. Рішення приймаються колективно і знаходять раціональний компроміс щодо введення певних критеріїв або ступеня важливості цілі кожного партнера.

Формалізацію і розв'язання наведених задач виконують за схемою для варіанта В лише з такою відмінністю: замість двох оптимізують k_0 функцій. Розглянемо варіант 2 для двох випадків.

1. Задано ступінь важливості для всіх цілей.
2. Задано додаткові умови на зразок: максимізувати деякий критерій за певних обмежень.

Розглянемо формалізацію цих задач, використовуючи прийом зведення задачі розкриття невизначеності до чебишевської задачі наближення для несумісної системи рівнянь.

Для першого випадку задачу розкриття невизначеності формулюють так: потрібно знайти такі значення $x_1^0,...,x_k^0,...,x_{k0}^0$, щоб значення нев'язки

$$\Delta = \max_k [V_k \mid f_k(x) - f_k^* \mid], \tag{18}$$

взятої за міру чебишевського наближення системи рівнянь

$$f_k(x) - f_k^* = 0\,,\ k = \overline{1,k_0} \tag{19}$$

було мінімально можливим:

$$\Delta\,|_{x=x^0} = \Delta^0 = \min_x \Delta\,, \tag{20}$$

де $x = \{x_1,...,x_k,...,x_{k0}\}$; V_k - коефіцієнт важливості цілі k-го партнера; f_k^* - задане (бажане) значення цільової функції k-го партнера.

Формально ця задача збігається з розглянутою задачею розкриття невизначеності цілей, коли кожну ціль характеризує певний коефіцієнт важливості k_i.

Задачу розкриття невизначеності для другого випадку можна сформулювати так: потрібно знайти такі значення $x_1^0,...,x_k^0,...,x_{k0}^0$, щоб забезпечити максимум заданого критерію

$$F(x_1,...,x_k,...,x_{k0}) \to \max_{x_k} \tag{21}$$

за обмежень

$$f_k(x_1,...,x_k,...,x_{k0}) \ge f_k^*\,. \tag{22}$$

Визначимо $F(x_1,...,x_k,...,x_{k0})$ як

$$F(x) = \sum_{k=1}^{k_0} f_k(x) \tag{23}$$

або

$$F(x) = \frac{\sum_{k=1}^{k_0} V_k f_k(x)}{\sum_{k=1}^{k_0} V_k}. \qquad (24)$$

Тут прийнято, що у критерії (21) цільові функції $f_k(x)$ усіх партнерів мають однаковий ступінь важливості, а в критерії (24) ступінь важливості цілі кожного партнера враховано показником V_k при $k = \overline{1, k_0}$. У загальному випадку задачу максимізації функції (23) або (24) з обмеженнями (22) можна звести до типової задачі нелінійного програмування.

Проблемні питання, що мають місце при застосуванні існуючих підходів щодо вирішення досліджуваної задачі.

Аналіз існуючих підходів до вирішення досліджуваної задачі, які наведені вище, дозволяє зробити висновок про те, що існують проблемні питання щодо можливості їх застосування.

До числа таких відносяться наступні:

1. У випадку застосування існуючого методу до розв'язування задачі взаємодії двох партнерів при невиконанні умови про наявність двох аргументів у цільових функціях партнерів:

- у випадку наявності одного аргументу виключається активний вплив 2-го партнера на формування (конструювання) раціонального рішення задачі. У такому разі задачу доцільно розв'язувати як задачу пошуку раціонального компромісу на множині Парето;

- у випадку наявності більше двох аргументів порушується умова рівноправності партнерів щодо впливу на формування (конструювання) раціонального рішення задачі, оскільки одному з партнерів доведеться формувати пропозицію щодо оптимальних значень певної кількості аргументів, а іншому – щодо іншої кількості аргументів.

Наведена проблема матиме місце як при розв'язуванні задачі взаємодії двох партнерів за відсутності ситуаційної невизначеності, так і за її наявності.

2. У випадку застосування існуючого методу до розв'язування задачі взаємодії кількох (більше двох) партнерів при невиконанні умови про співпадання кількості партнерів з кількістю аргументів у їх цільових функціях, як і у випадку двох партнерів, порушується умова рівноправності партнерів щодо впливу на формування (конструювання) раціонального рішення задачі.

3. У наведених методах залишається поза увагою питання формування розв'язку в межах фізично допустимих значень аргументів цільової функції.

4. Наведені методи не адаптовані на вирішення задач за наявності обмежень виду (5).

Таким чином, наявність прикладних задач, математичні моделі яких мають вид (1)-(5), та наведені проблемні аспекти застосування існуючих методів до їх розв'язування, обумовлюють необхідність пошуку механізмів щодо усунення наведених проблемних питань.

Авторський механізм вирішення досліджуваної задачі.

Авторське бачення механізмів вирішення досліджуваної задачі (1)-(5) стосується формування області допустимих рішень і пошуку раціонального рішення в цій області.

Отже, розглянемо оптимізаційну задачу (1)-(5).

Алгоритм методу її вирішення вбачається наступним.

1. Встановлюється область допустимих рішень задачі (1)-(5).

При цьому враховується наступне.

Областю визначення функції $f_1(x_1, x_2, ..., x_n)$ з математичної точки зору є множина M_1: $M_1 = \{(x_1, x_2, ..., x_n): f_1(x_1, x_2, ..., x_n) \in R\}$, а з фізичної точки зору множина F_1: $F_1 = \{(x_1, x_2, ..., x_n): f_1(x_1, x_2, ..., x_n)$ *має фізичний зміст*$\}$. Слід зауважити, що множини M_1 і F_1 можуть співпадати, хоча в загальному випадку є різними.

У множині M_1 складові її елементів належать множинам дійсних чисел, наприклад $x_1 \in M_{11}$, $x_2 \in M_{12}, \dots,$ $x_n \in M_{1n}$. У множині F_1 складові її елементів також належать множинам дійсних чисел, наприклад $x_1 \in F_{11}$, $x_2 \in F_{12}, \dots,$ $x_n \in F_{1n}$.

Тоді областю визначення функції $f_1(x_1, x_2, ..., x_n)$ є множина $A_1 = \{(x_1, x_2, ..., x_n): x_1 \in (M_{11} \cap F_{11}), x_2 \in (M_{12} \cap F_{12}), ..., x_n \in (M_{1n} \cap F_{1n})\}$.

Введемо позначення $A_{11} = M_{11} \cap F_{11}, A_{12} = M_{12} \cap F_{12}, ..., A_{1n} = M_{1n} \cap F_{1n}$.

Отже, $A_1 = \{(x_1, x_2, ..., x_n): x_1 \in A_{11}, x_2 \in A_{12}, ..., x_n \in A_{1n}\}$.

Областю визначення функції $f_k(x_1, x_2, ..., x_n)$ з математичної точки зору є множина M_k: $M_k = \{(x_1, x_2, ..., x_n): f_k(x_1, x_2, ..., x_n) \in R\}$, а з фізичної точки зору множина F_k: $F_k = \{(x_1, x_2, ..., x_n): f_k(x_1, x_2, ..., x_n) \text{ } \textit{має фізичний зміст}\}$. Слід зауважити, що множини M_k і F_k у загальному випадку є різними.

У множині M_k складові її елементів належать множинам дійсних чисел, наприклад $x_1 \in M_{k1}$, $x_2 \in M_{k2}, \dots,$ $x_n \in M_{kn}$. У множині F_k складові її елементів також належать множинам дійсних чисел, наприклад $x_1 \in F_{k1}$, $x_2 \in F_{k2}, \dots,$ $x_n \in F_{kn}$.

Тоді областю визначення функції $f_k(x_1, x_2, ..., x_n)$ є множина $A_k = \{(x_1, x_2, ..., x_n): x_1 \in A_{k1}, x_2 \in A_{k2}, ..., x_n \in A_{kn}\}$, у якій $A_{k1} = M_{k1} \cap F_{k1}, A_{k2} = M_{k2} \cap F_{k2}, ..., A_{kn} = M_{kn} \cap F_{kn}$.

Далі знаходиться область $A = \{(x_1, x_2, ..., x_n): x_1 \in (A_{11} \cap A_{21} \cap ... \cap A_{k1}), x_2 \in (A_{12} \cap A_{22} \cap ... \cap A_{k2}), ..., x_n \in (A_{1n} \cap A_{2n} \cap ... \cap A_{kn})\}$.

Крім цього, знаходиться область $O = \{(x_1, x_2, ..., x_n): x_1 \in (O_{11} \cap O_{21} \cap ... \cap O_{k1}), x_2 \in (O_{12} \cap O_{22} \cap ... \cap O_{k2}), ..., x_n \in (O_{1n} \cap O_{2n} \cap ... \cap O_{kn})\}$, у якій O_{ij} $\left(i = \overline{1,k},\ j = \overline{1,n}\right)$ - область можливої зміни змінної x_j $\left(j = \overline{1,n}\right)$ функції f_i $\left(i = \overline{1,k}\right)$ в обмеженнях (5).

Тоді область допустимих рішень задачі (1)-(5) являє собою множину $D = A \cap O$, елементи якої знаходяться так:

$$D = \left\{(x_1, x_2, ..., x_n): x_j \in \left((A_{1j} \cap A_{2j} \cap ... \cap A_{kj}) \cap (O_{1j} \cap O_{2j} \cap ... \cap O_{kj})\right), \left(j = \overline{1,n}\right)\right\}. \tag{25}$$

У подальшому вважатимемо, що $D = \{(x_1, x_2, ..., x_n): x_1 \in D_1, x_2 \in D_2, ..., x_n \in D_n\}$ і називатимемо цю область областю Парето для задачі (1)-(5).

Слід зауважити, що в разі аналітичних труднощів визначення множини $D = A \cap O$ можна скористатися інструментальними можливостями, які надають відповідні алгоритми та ЕОМ.

2. Встановлюється раціональне рішення задачі (1)-(5) в області Парето D.
Для цього пропонується звести багатокритеріальну задачу до однокритеріальної на основі застосування технічних обмежень [2], що базуються на принципах мінімаксу $\min\limits_D \max\limits_i \dfrac{f_i(x_1, x_2, ..., x_n)}{f_i^*}$ та максиміну $\max\limits_D \min\limits_i \dfrac{f_i(x_1, x_2, ..., x_n)}{f_i^*}$, де $i = \overline{1,k}$. А далі слід знайти те значення $(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)$, при якому $\min\limits_D \max\limits_i \dfrac{f_i(x_1, x_2, ..., x_n)}{f_i^*(x_1, x_2, ..., x_n)} = \max\limits_D \min\limits_i \dfrac{f_i(x_1, x_2, ..., x_n)}{f_i^*}$.

Хід реалізації кроку 2 алгоритму можна оцінити з таблиць 1, 2.

Таблиця 1

Елементи області $D=\{(x_1,x_2,...,x_n): x_1\in D_1, x_2\in D_2,...,x_n\in D_n\}$	$f_1(x_1,x_2,...,x_n)$	$f_2(x_1,x_2,...,x_n)$	$\dots$	$f_k(x_1,x_2,...,x_n)$
$x_1\in D_1$ | $x_2\in D_2$ | $\dots$ | $x_n\in D_n$				
$t_1=(x_1,x_2,...,x_n): x_1\in D_1, x_2\in D_2,...,x_n\in D_n$	$f_1(t_1)$	$f_2(t_1)$	$\dots$	$f_k(t_1)$
$t_2=(x_1,x_2,...,x_n): x_1\in D_1, x_2\in D_2,...,x_n\in D_n$	$f_1(t_2)$	$f_2(t_2)$	$\dots$	$f_k(t_2)$
	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$t_{l-1}=(x_1,x_2,...,x_n): x_1\in D_1, x_2\in D_2,...,x_n\in D_n$	$f_1(t_{l-1})$	$f_2(t_{l-1})$	$\dots$	$f_k(t_{l-1})$
$t_l=(x_1,x_2,...,x_n): x_1\in D_1, x_2\in D_2,...,x_n\in D_n$	$f_1(t_l)$	$f_2(t_l)$	$\dots$	$f_k(t_l)$
$t_{l+1}=(x_1,x_2,...,x_n): x_1\in D_1, x_2\in D_2,...,x_n\in D_n$	$f_1(t_{l+1})$	$f_2(t_{l+1})$	$\dots$	$f_k(t_{l+1})$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$t_s=(x_1,x_2,...,x_n): x_1\in D_1, x_2\in D_2,...,x_n\in D_n$	$f_1(t_s)$	$f_2(t_s)$	$\dots$	$f_k(t_s)$

Таблиця 2

Елементи області D	$\frac{f_1(t_l)}{f_1^*}$, $l=\overline{1,s}$	$\frac{f_2(t_l)}{f_2^*}$, $l=\overline{1,s}$	$\dots$	$\frac{f_k(t_l)}{f_k^*}$, $l=\overline{1,s}$	$\max\limits_{i=\overline{1,k}} \frac{f_i(t_l)}{f_i^*}$	$\min\max\limits_{i=\overline{1,k}} \frac{f_i(t_l)}{f_i^*}$	$\min\limits_{i=\overline{1,k}} \frac{f_i(t_l)}{f_i^*}$	$\max\min\limits_{i=\overline{1,k}} \frac{f_i(t_l)}{f_i^*}$
t_1	$\frac{f_1(t_1)}{f_1^*}$	$\frac{f_2(t_1)}{f_2^*}$	$\dots$	$\frac{f_k(t_1)}{f_k^*}$	$\max\limits_{i=\overline{1,k}} \frac{f_i(t_1)}{f_i^*}$		$\min\limits_{i=\overline{1,k}} \frac{f_i(t_1)}{f_i^*}$	
t_2	$\frac{f_1(t_2)}{f_1^*}$	$\frac{f_2(t_2)}{f_2^*}$	$\dots$	$\frac{f_k(t_2)}{f_k^*}$	$\max\limits_{i=\overline{1,k}} \frac{f_i(t_2)}{f_i^*}$		$\min\limits_{i=\overline{1,k}} \frac{f_i(t_2)}{f_i^*}$	
	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
t_{l-1}	$\frac{f_1(t_{l-1})}{f_1^*}$	$\frac{f_2(t_{l-1})}{f_2^*}$	$\dots$	$\frac{f_k(t_{l-1})}{f_k^*}$	$\max\limits_{i=\overline{1,k}} \frac{f_i(t_{l-1})}{f_i^*}$		$\min\limits_{i=\overline{1,k}} \frac{f_i(t_{l-1})}{f_i^*}$	
t_l	$\frac{f_1(t_l)}{f_1^*}$	$\frac{f_2(t_l)}{f_2^*}$	$\dots$	$\frac{f_k(t_l)}{f_k^*}$	$\max\limits_{i=\overline{1,k}} \frac{f_i(t_l)}{f_i^*}$	$\min\max\limits_{i=\overline{1,k}} \frac{f_i(t_l)}{f_i^*}$	$\min\limits_{i=\overline{1,k}} \frac{f_i(t_l)}{f_i^*}$	$\max\min\limits_{i=\overline{1,k}} \frac{f_i(t_l)}{f_i^*}$
t_{l+1}	$\frac{f_1(t_{l+1})}{f_1^*}$	$\frac{f_2(t_{l+1})}{f_2^*}$	$\dots$	$\frac{f_k(t_{l+1})}{f_1^*}$	$\max \frac{f_i(t_{l+1})}{f_i^*}$		$\min \frac{f_i(t_{l+1})}{f_i^*}$	

					$i=\overline{1,k}$		$i=\overline{1,k}$	
…	…	…	…	…	…	…	…	…
t_s	$\frac{f_1(t_s)}{f_1^*}$	$\frac{f_2(t_s)}{f_2^*}$	…	$\frac{f_k(t_s)}{f_1^*}$	$\max \frac{f_i(t_s)}{f_i^*}$ $i=\overline{1,k}$		$\min \frac{f_i(t_s)}{f_i^*}$ $i=\overline{1,k}$	

З табл. 2 випливає, що якщо $\min \max \frac{f_i(t_l)}{f_i^*} =$ $\min\limits_D \max\limits_i \frac{f_i(x_1,x_2,...,x_n)}{f_i^*(x_1,x_2,...,x_n)} = \max\limits_D \min\limits_i \frac{f_i(x_1,x_2,...,x_n)}{f_i^*} = = \max \min \frac{f_i(t_l)}{f_i^*}$ у точці t_l, то $t_l = (x_1^*, x_2^*,...,x_n^*)$.

Слід відмітити, що окремим частковим завданням реалізації кроку 2 алгоритму є формування масиву точок t_l області D. У разі комп'ютерної побудови області D це завдання може бути вирішене шляхом реалізації процедури вкладених циклів. Якщо ж область D сформована аналітично, то для задання масиву точок t_l слід коректно вибрати крок дискретизації, зважаючи на вид функцій $f_i \left(i=\overline{1,k}\right)$.

Слід відмітити, що наведений авторський алгоритм вирішення досліджуваної у даній роботі задачі буде дещо модифікований у випадку, коли різні ситуації є не рівно ймовірними.

Розглянемо такий випадок докладніше.

Нехай у задачі (1)-(5) мають місце фактори ризику. Тоді задача набуде наступного вигляду.

Нехай взаємодіє k партнерів, цільові функції яких мають вид

$$f_1(x_1,x_2,...,x_n,\alpha_1),\ f_2(x_1,x_2,...,x_n,\alpha_2),\dots,\ f_k(x_1,x_2,...,x_n,\alpha_k). \tag{26}$$

У функціях (26) $\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_k$ - параметри, що характеризують ситуаційну невизначеність для кожного партнера.

Кожен з цих параметрів може набувати певних дискретних значень з заданими ймовірностями, які можна оцінити з табл. 3.

Таблиця 3

Можливі значення параметрів α_i та відповідних ймовірностей p_i, з якими вони можуть мати місце, $i=\overline{1,k}$						
α_1	p_1	α_2	p_2	…	α_k	p_k
α_{11}	p_{11}	α_{21}	p_{21}	..	α_{k1}	p_{k1}
α_{12}	p_{12}	α_{22}	p_{22}	…	α_{k2}	p_{k2}
…	…	…	…	…	…	…
α_{1q_1}	p_{1q_1}	α_{2q_2}	p_{2q_2}	…	α_{kq_k}	p_{kq_k}

Слід зауважити, що в загальному випадку $q_1,q_2,...,q_k$ не рівні між собою.

Партнери у процесі активної взаємодії можуть обмінюватися інформацією про свої дії.

Кожен із партнерів намагається максимізувати значення математичного сподівання своєї цільової функції.

Тобто, партнер 1 прагне забезпечити

$$Mf_1(x_1,x_2,...,x_n,\alpha_1) \to \max, \tag{27}$$

партнер 2 -

$$Mf_2(x_1, x_2, ..., x_n, \alpha_2) \to \max, \quad (28)$$

партнер k -

$$Mf_k(x_1, x_2, ..., x_n, \alpha_k) \to \max. \quad (29)$$

При цьому, кожен з партнерів не готовий до невиконання обмежень

$$f_1(x_1, x_2, ..., x_n, \alpha_1) \geq f_1^*, \; f_2(x_1, x_2, ..., x_n, \alpha_2) \geq f_2^*, \ldots, \; f_k(x_1, x_2, ..., x_n, \alpha_k) \geq f_k^*. \quad (30)$$

Необхідно знайти такі значення $x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*$, при яких виконувалися б умови (30), і які б задовольняли кожного партнера.

Алгоритм розв'язування задачі (26)-(30) може мати наступний вигляд.

1. Реалізується крок 1 алгоритму розв'язування задачі (1)-(5).

У результаті його реалізації знаходиться область D допустимих рішень задачі (1)-(5) у вигляді (25).

2. Знаходяться ймовірності реалізації точок t_l, $l = \overline{1,s}$, що наведені в табл. 2, кожним партнером.

Для цього враховується наступне.

Параметр α_1, що характеризує для гравця 1 ситуаційну невизначеність, може набувати окремих значень з певними ймовірностями, що можуть бути оцінені з табл. 4. У табл. 4 наведено також області можливих рішень, що обиратимуться гравцем 1 у разі реалізації конкретного значення параметра α_1, і точки, які належать цим областям.

Таблиця 4

Можливі значення параметра α_1	Ймовірності, з якими з'являються можливі значення параметра α_1	Область можливих рішень, що обиратимуться гравцем 1 у разі реалізації конкретного значення параметра α_1	Точки, які належать області можливих рішень, що обиратимуться гравцем 1 у разі реалізації конкретного значення параметра α_1			
$\alpha_{1.1}$	$p_{1.1}$	$D_{1.1}$	$t_{1.1.1}$	$t_{1.1.2}$	…	$t_{1.1.\alpha_{11}}$
$\alpha_{1.2}$	$p_{1.2}$	$D_{1.2}$	$t_{1.2.1}$	$t_{1.2.2}$	…	$t_{1.2.\alpha_{12}}$
…	…	…	…	…	…	…
$\alpha_{1.q_1}$	$p_{1.q_1}$	$D_{1.q_1}$	$t_{1.q_1.1}$	$t_{1.q_1.2}$	…	$t_{1.q_1.\alpha_{1q_1}}$

Слід зауважити, що $\sum_{w=1}^{q_1} p_{1.w} = 1$, $\bigcup_{w=1}^{q_1} D_{1.w} = D$, потужності областей $D_{1.w}$ різні, але в сукупності всі точки цих областей формують множину точок, що наведена в табл. 2, як елементи області D. При цьому, одна і та ж точка t, з числа наведених у табл. 4, може одночасно належати різним областям $D_{1.w}$.

Також слід відмітити і те, що ймовірність появи елемента t_l, $l = \overline{1,s}$ області $D_{1.w}$ для 1-го гравця з урахуванням ймовірностей, з якими з'являються можливі значення параметра α_1, буде такою, як наведено в табл. 5.

Таблиця 5

Елементи області D	Унікальне позначення елементів області D у випадку дослідження поведінки 1-го гравця	Ймовірності появи елемента області D для 1-го гравця з урахуванням ймовірностей, з якими з'являються можливі значення параметра α_1
t_1	$t_{1.1}$	$p_{1.1}$
t_2	$t_{2.1}$	$p_{2.1}$
t_{l-1}	$t_{l-1.1}$	$p_{l-1.1}$
t_l	$t_{l.1}$	$p_{l.1}$
t_{l+1}	$t_{l+1.1}$	$p_{l+1.1}$
…	…	…
t_s	$t_{s.1}$	$p_{s.1}$

При цьому, для відшукання ймовірностей $\boldsymbol{p}_{l.1}$, $\boldsymbol{l} = \overline{1,\mathrm{s}}$ слід скористатися формулою

$$p_{l.1} = \sum_{w=1}^{q_1} p_{1.w}\,, \tag{31}$$

у якій під знаком $\sum$ знаходяться ті елементи другого стовпця табл. 4, що відповідають областям $D_{1.w}$, яким належить точка $t_{l.1} = t_l$.

Цілком аналогічно, параметр $\boldsymbol{\alpha}_k$, що характеризує для гравця k ситуаційну невизначеність, може набувати окремих значень з певними ймовірностями, що можуть бути оцінені з табл. 6. У табл. 6 наведено також області можливих рішень, що обиратимуться гравцем k у разі реалізації конкретного значення параметра $\boldsymbol{\alpha}_k$, і точки, які належать цим областям.

Таблиця 6

Можливі значення параметра $\boldsymbol{\alpha}_k$	Ймовірності, з якими з'являються можливі значення параметра $\boldsymbol{\alpha}_k$	Область можливих рішень, що обиратимуться гравцем k у разі реалізації конкретного значення параметра $\boldsymbol{\alpha}_k$	Точки, які належать області можливих рішень, що обиратимуться гравцем k у разі реалізації конкретного значення параметра $\boldsymbol{\alpha}_k$			
$\alpha_{k.1}$	$p_{k.1}$	$D_{k.1}$	$t_{k.1.1}$	$t_{k.1.2}$	…	$t_{k.1.\alpha_{k1}}$
$\alpha_{k.2}$	$p_{k.2}$	$D_{k.2}$	$t_{k.2.1}$	$t_{k.2.2}$	…	$t_{k.2.\alpha_{k2}}$
…	…	…	…	…	…	…
$\alpha_{k.q_k}$	$p_{k.q_k}$	$D_{k.q_k}$	$t_{k.q_1.1}$	$t_{k.q_1.2}$	…	$t_{k.q_1.\alpha_{kqk}}$

Слід зауважити, що $\sum_{w=1}^{q_k} p_{k.w} = 1$, $\bigcup_{w=1}^{q_k} D_{k.w} = D$, потужності областей $D_{k.w}$ різні, але в сукупності всі точки цих областей формують множину точок, що наведена в табл. 2, як елементи області D. При цьому, одна і та ж точка t, з числа наведених у табл. 6, може одночасно належати різним областям $D_{k.w}$.

Також слід відмітити і те, що ймовірність появи елемента t_l, $l=\overline{1,s}$ області D для k-го гравця з урахуванням ймовірностей, з якими з'являються можливі значення параметра α_k, буде такою, як наведено в табл. 7.

Таблиця 7

Елементи області D	Унікальне позначення елементів області D у випадку дослідження поведінки k-го гравця	Ймовірності появи елемента області D для k-го гравця з урахуванням ймовірностей, з якими з'являються можливі значення параметра α_k
t_1	$t_{1.k}$	$p_{1.k}$
t_2	$t_{2.k}$	$p_{2.k}$
t_{l-1}	$t_{l-1.k}$	$p_{l-1.k}$
t_l	$t_{l.k}$	$p_{l.k}$
t_{l+1}	$t_{l+1.k}$	$p_{l+1.k}$
…	…	…
t_s	$t_{s.k}$	$p_{s.k}$

При цьому, для відшукання ймовірностей $p_{l.k}$, $l=\overline{1,s}$ слід скористатися формулою

$$p_{l.k}=\sum_{w=1}^{q_k} p_{k.w}\,, \tag{32}$$

у якій під знаком $\sum$ знаходяться ті елементи другого стовпця табл. 6, що відповідають областям $D_{k.w}$, яким належить точка $t_{l.k}=t_l$.

3. Встановлюється раціональне рішення задачі (26)-(30) в області Парето D.

Для цього пропонується звести багатокритеріальну задачу до однокритеріальної на основі застосування технічних обмежень [2], що базуються на принципах мінімаксу $\min\max\frac{p_{l.i}\,f_i(t_l)}{f_i^*}$ та максиміну $\max\min\frac{p_{l.i}\,f_i(t_l)}{f_i^*}$, де $i=\overline{1,k}$. А далі слід знайти те значення $(x_1^*,x_2^*,...,x_n^*)$, при якому $\min\max\frac{p_{l.i}\,f_i(t_l)}{f_i^*}=\max\min\frac{p_{l.i}\,f_i(t_l)}{f_i^*}$.

Хід реалізації кроку 3 алгоритму можна оцінити з табл. 8-9.

Таблиця 8

Елементи області D	$f_1(t_l)$, $l=\overline{1,s}$	Ймовірності появи елемента області D для 1-го гравця з урахуванням ймовірностей, з якими з'являються можливі значення параметра α_1	…	$f_k(t_l)$, $l=\overline{1,s}$	Ймовірності появи елемента області D для k-го гравця з урахуванням ймовірностей, з якими з'являються можливі значення параметра α_k
t_1	$f_1(t_1)$	$p_{1.1}$	…	$f_k(t_1)$	$p_{1.k}$
t_2	$f_1(t_2)$	$p_{2.1}$	…	$f_k(t_2)$	$p_{2.k}$
…	…	…	…	…	…
t_{l-1}	$f_1(t_{l-1})$	$p_{l-1.1}$	…	$f_k(t_{l-1})$	$p_{l-1.k}$
t_l	$f_1(t_l)$	$p_{l.1}$	…	$f_k(t_l)$	$p_{l.k}$
t_{l+1}	$f_1(t_{l+1})$	$p_{l+1.1}$	…	$f_k(t_{l+1})$	$p_{l+1.k}$

…	…	…	…	…	…
t_s	$f_1(t_s)$	$p_{s.1}$	…	$f_k(t_s)$	$p_{s.k}$

Таблиця 9

Елементи області D	$\frac{p_{l.1} f_1(t_l)}{f_1^*}$, $l=\overline{1,s}$	…	$\frac{p_{l.k} f_k(t_l)}{f_k^*}$, $l=\overline{1,s}$	$\max \frac{p_{l.i} f_i(t_l)}{f_i^*}$, $i=\overline{1,k}$	$\min\max \frac{p_{l.i} f_i(t_l)}{f_i^*}$ $i=\overline{1,k}$	$\min \frac{p_{l.i} f_i(t_l)}{f_i^*}$, $i=\overline{1,k}$	$\max\min \frac{p_{l.i} f_i(t_l)}{f_i^*}$ $i=\overline{1,k}$
t_1	$\frac{p_{1.1} f_1(t_1)}{f_1^*}$	…	$\frac{p_{1.k} f_k(t_1)}{f_k^*}$	$\max \frac{p_{1.i} f_i(t_1)}{f_i^*}$, $i=\overline{1,k}$		$\min \frac{p_{1.i} f_i(t_1)}{f_i^*}$, $i=\overline{1,k}$	
t_2	$\frac{p_{2.1} f_1(t_2)}{f_1^*}$	…	$\frac{p_{2.k} f_k(t_2)}{f_k^*}$	$\max \frac{p_{2.i} f_i(t_2)}{f_i^*}$, $i=\overline{1,k}$		$\min \frac{p_{2.i} f_i(t_2)}{f_i^*}$, $i=\overline{1,k}$	
	…	…	…	…	…	…	…
t_{l-1}	$\frac{p_{l-1.1} f_1(t_{l-1})}{f_1^*}$	…	$\frac{p_{l-1.k} f_k(t_{l-1})}{f_k^*}$	$\max \frac{p_{l-1.i} f_i(t_{l-1})}{f_i^*}$, $i=\overline{1,k}$		$\min \frac{p_{l-1.i} f_i(t_{l-1})}{f_i^*}$, $i=\overline{1,k}$	
t_l	$\frac{p_{l.1} f_1(t_l)}{f_1^*}$	…	$\frac{p_{l.k} f_k(t_l)}{f_k^*}$	$\max \frac{p_{l.i} f_i(t_l)}{f_i^*}$, $i=\overline{1,k}$	$\min\max \frac{p_{l.i} f_i(t_l)}{f_i^*}$ $i=\overline{1,k}$	$\min \frac{p_{l.i} f_i(t_l)}{f_i^*}$, $i=\overline{1,k}$	$\max\min \frac{p_{l.i} f_i(t_l)}{f_i^*}$ $i=\overline{1,k}$
t_{l+1}	$\frac{p_{l+1.1} f_1(t_{l+1})}{f_1^*}$	…	$\frac{p_{l+1.k} f_k(t_{l+1})}{f_1^*}$	$\max \frac{p_{l+1.i} f_i(t_{l+1})}{f_i^*}$, $i=\overline{1,k}$		$\min \frac{p_{l+1.i} f_i(t_{l+1})}{f_i^*}$, $i=\overline{1,k}$	
…	…	…	…	…	…	…	…
t_s	$\frac{p_{s.1} f_1(t_s)}{f_1^*}$	…	$\frac{p_{s.k} f_k(t_s)}{f_1^*}$	$\max \frac{p_{s.i} f_i(t_s)}{f_i^*}$, $i=\overline{1,k}$		$\min \frac{p_{s.i} f_i(t_s)}{f_i^*}$, $i=\overline{1,k}$	

З табл. 9 випливає, що якщо $\min\max \frac{p_{l.i} f_i(t_l)}{f_i^*} = \max\min \frac{p_{l.i} f_i(t_l)}{f_i^*}$ у точці t_l, то $t_l = \left(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*\right)$.

<u>Програмно-алгоритмічне забезпечення реалізації авторського механізму удосконалення існуючого підходу щодо вирішення досліджуваної задачі.</u>

Для реалізації першого наведеного алгоритму було опрацьовано відповідний програмний додаток. Середовищем його розробки було обрано Microsoft Visual Studio 2017, як одне з найпотужніших середовищ розробки для мови C# [18-20]. Застосування вибраної мови програмування C# дозволило реалізувати завдання, що описане вище. Фрагмент такої реалізації, що стосується наведеного алгоритму, наведений нижче.

```
            Class1 obj = new Class1(Convert.ToDouble(textBox1.Text),
Convert.ToDouble(textBox2.Text));
            obj.Obrah();
            int ii, jj;
            for ( ii = 1,; ii <= obj.x1; ii++)
            {
               for ( jj = 1; jj <= obj.x2; jj++)
               {
                    if (obj.f1[ii - 1,jj - 1] >= Conert.ToDouble(textBox1.Text))
                    {
                       richTextBox1.Text += "\t" + x + "\t" + y + "\t" + obj.f1[ii - 1, jj - 1] + "\n";
                       mass[ii * jj] = obj.f1[ii - 1, jj - 1];                   }
                    if (obj.f2[ii - 1, jj - 1] >= Convert.ToDouble(textBox2.Text))
                    {
                       richTextBox2.Text += "\t" + x + "\t" + y + "\t" + obj.f2[ii - 1, jj - 1] + "\n";
                       mass1[ii * jj] = obj.f2[ii - 1, jj - 1];
                    }
                  if (obj.f3[ii - 1, jj - 1] >= Convert.ToDouble(textBox3.Text))
                  {
                     richTextBox3.Text += "\t" + x + "\t" + y + "\t" + obj.f2[ii - 1, jj - 1] + "\n";
                     mass2[ii * jj] = obj.f2[ii - 1, jj - 1];
                  }
                  if (obj.f1[ii - 1, jj - 1] >= Convert.ToDouble(textBox1.Text)&& obj.f2[ii - 1,jj - 1]
>= Convert.ToDouble(textBox2.Text)&& obj.f3[ii - 1, jj - 1] >= Convert.ToDouble(textBox3.Text))
                    {
                       gg[h, 0] = x;
                       gg[h, 1] = y;
                       gg[h, 2] = obj.f1[ii - 1, jj - 1];
                       gg[h, 3] = obj.f2[ii - 1, jj - 1];
                       gg[h, 4] = obj.f3[ii - 1, jj - 1];
                       h++;

                  }
               }
            }
           for(int i = 0; i < h; i++)
            {
               arr1[i] = Math.Round(gg1[i, 2] / Convert.ToDouble(textBox1.Text), 3);
               arr2[i] = Math.Round(gg1[i, 3] / Convert.ToDouble(textBox2.Text), 3);
               arr3[i] = Math.Round(gg1[i, 4] / Convert.ToDouble(textBox3.Text), 3);
               if (arr1[i] >= arr2[i] && arr1[i] >= arr3[i])
                  Max[i] = arr1[i];
               else if (arr2[i] >= arr1[i] && arr2[i] >= arr3[i])
                  Max[i] = arr2[i];
               else if (arr3[i] >= arr1[i] && arr3[i] >= arr2[i])
                  Max[i] = arr3[i];
               if (arr1[i] <= arr2[i] && arr1[i] <= arr3[i])
                  Min[i] = arr1[i];
               else if (arr2[i] <= arr1[i] && arr2[i] <= arr3[i])
                  Min[i] = arr2[i];
               else if (arr3[i] <= arr1[i] && arr3[i] <= arr2[i])
                  Min[i] = arr3[i];
```

```
}
MinMax=Max[0];
for (int i = 0; i < Max.Length; i++)
{
   if (MinMax > Max[i])
   {
      MinMax = Max[i];
      minmaxPos = i;
   }
}
MaxMin =Min[0];

for (int i = 0; i < Min.Length; i++)
{
   if (MaxMin < Min[i])
   {
      MaxMin = Min[i];
      maxminPos = i;
   }
}
```

Результати роботи додатку, що опрацьований авторами та відповідає наведеному методу, можуть бути оцінені з рис. 1-2.

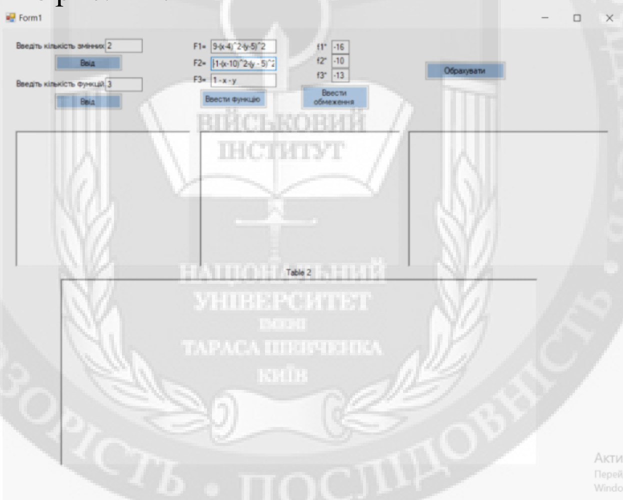

Рисунок 1 – Головне вікно програмного додатку

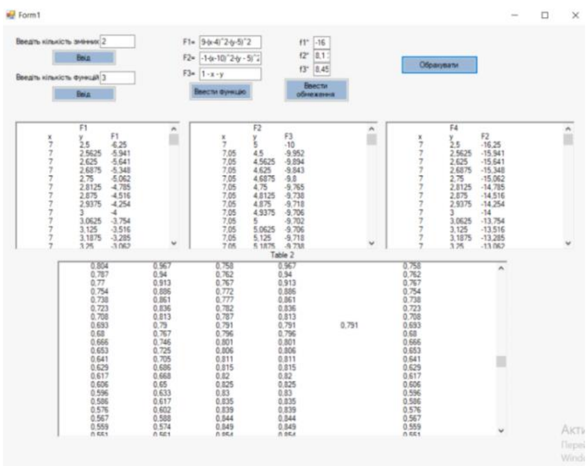

Рисунок 2 – Вікно результатів розрахунків

Висновки й перспективи подальших досліджень. За результатами проведеного дослідження можна зробити висновок про те, що запропонований підхід щодо реалізації механізмів попереднього виявлення області допустимих рішень для всіх учасників конфлікту забезпечує удосконалення науково-методичного апарату вирішення задачі розкриття невизначеності конфліктів, у яких кількість партнерів і аргументів цільових функцій, що визначають мету їх діяльності, не обов'язково співпадають. Слід зауважити, що запропонований підхід може застосовуватись до розв'язування задачі розкриття невизначеності конфліктів як у випадку відсутності, так і наявності ситуаційної невизначеності.

Обґрунтування механізмів реалізації наведеної ідеї, а також апробація удосконаленої у роботі моделі на основі конкретного прикладу визначає перспективи подальших досліджень.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Нагель Э., Ньюман Д. Теорема Геделя. М.: Знание, 1970. 63 с.

2. Згуровський М. З., Панкратова Н. Д. Основи системного аналізу. К.: Видавнича група BHV, 2007. 544 с.

3. Боровик О. В., Боровик Л. В., Матохнюк Л. О. Вища математика: Диференціальне числення функції однієї і багатьох змінних. Частина 2: навчальний посібник. – Хмельницький: Видавництво НАДПСУ, 2016. – 640 с.

4. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посіб. / О. І. Кушлик-Дивульська, Н. В. Поліщук, Б. П. Орел, П. І. Штабалюк. – К: НТУУ «КПІ», 2014. – 212 с.

5. Вентцель Е. С. Исследование операций. – М.: Советское радио, 1972. – 552 с.

6. Жадлун З.О., Галаєва Л.В., Шульга Н.Г. Математичне програмування : Посібник / З.О. Жадлун, Л.В. Галаєва, Н.Г. Шульга. – К.: ЦП «Компринт», 2013. – 360 с.

7. Математичні методи дослідження операцій: підручник / Є. А. Лавров, Л. П. Перхун, В. В. Шендрик та ін. – Суми: Сумський державний університет, 2017. – 212 с.

8. Економіко-математичні методи та моделі: оптимізація: навч. посібник [Електронний ресурс] / Вітлінський В. В., Терещенко Т. О., Савіна С. С. - К. : КНЕУ, 2016. - 303 с.

9. Дослідження операцій /посібник [для студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів] / Галаєва Л.В., Рогоза Ш.А., Шульга Н.Г. – К:. ЦП «Компринт», 2015. – 231 с.

10. Боровик О. В., Боровик Л. В. Дослідження операцій в оперативно-службовій діяльності органів охорони державного кордону: Підручник. – Хмельницький: Видавництво Національної академії Державної прикордонної служби України імені Б. Хмельницького, 2009. – 444 с.

11. Кормен, Томас Х., Лейзерсон, Чарльз И., Ривест, Рональд Л., Штайн, Клиффорд. Алгоритмы: построение и анализ, 2-е издание. : Пер. с англ. – М. : Издательский дом "Вильямс", 2005. – 1296 с.

12. А. Ахо, Дж. Хопкрофт, Дж. Ульман Построение и анализ вычислительных алгоритмов. – М.: Мир, 1979. – 536 с.

13. Кузьмичов А. І. Оптимізаційні методи і моделі: практикум в Excel: Навч. пос. – К.: ВПЦ АМУ, 2013. – 438 с.

14. Чуб І. А, Новожилова М. В., Андронов В. А. Моделювання прикладних оптимізаційних задач розміщення об'єктів з метричними характеристиками, що змінюються: монографія / Чуб І. А., Новожилова М. В., Андронов В. А. – Харків: НУЦЗ України, 2017. – 167 с.

15. D'Apke, C. Efficient Controls for Traffic Flow on Networks / C. D'Apke, P. I. Kogut, R. Manzo // Dynamical and Control Systems. - 16(2010). - № 3. - P. 407-437.

16. Jahn J. Vector Optimization: Theory, Applications and Extensions. - Berlin: Springer-Verlag, 2004. - 400 p.

17. Семенова Н. В. Подход к решению векторных задач дискретной оптимизации на комбинаторном множестве перестановок [Текст] / Н. В. Семенова, Л. Н. Колечкина, А. Н. Нагорная // Кибернетика и системный анализ. - 2008. - № 3. - С. 158-172.

18. Rambo J., Blaha M. UML 2.0 Object-Oriented Modeling and Development / J. Rambo, M. Blaha; - 2nd ed. - St. Petersburg: Piter, 2007. - 544 p.

19. McDonald, Matthew. WPF 4: Windows Presentation Foundation in NET 4.0 with examples for C# 2010 for professionals: - M.: LLC "I.D. William", 2011. - 1024 p.

20. Johnson Bruse Professional Visual Studio 2013/Bruse Johnson - Indianapolis: John Wiley & Sons, Inc., 2014 - 1048 p.

REFERENCES:

1. Naghelj, E. and Njjuman, D. (1970), “Teorema Ghedelja” [Gödel's theorem], Znanye, Moscow, 63 p.

2. Zghurovsjkyj, M.Z. and Pankratova, N.D. (2007), “Osnovy systemnogho analizu” [Fundamentals of systems analysis], Vydavnycha ghrupa BHV, Kiev, 544 p.

3. Borovyk, O.V., Borovyk, L.V. and Matokhnjuk L.O. (2016), “Vyshha matematyka: Dyferencialjne chyslennja funkciji odnijeji i baghatjokh zminnykh. Chastyna 2” [Higher Mathematics: Differential calculus of a function of one and many variables. Part 2], Vydavnyctvo NADPSU, Khmeljnycjkyj, 640 p.

4. Kushlyk-Dyvuljsjka, O.I., Polishhuk, N.V., Orel, B.P. and Shtabaljuk P.I. (2014), “Teorija jmovirnostej ta matematychna statystyka” [Probability theory and mathematical statistics], NTUU «KPI», Kiev, 212 p.

5. Ventcelj, E.S. (1972), “Yssledovanye operacyj” [Operations Research], Sovetskoe radyo, Moscow, 552 p.

6. Zhadlun, Z.O., Ghalajeva, L.V. and Shuljgha N.Gh. (2013), “Matematychne proghramuvannja” [Mathematical programming], CP «Komprynt», Kiev, 360 p.

7. Lavrov, Je.A., Perkhun, L.P. and Shendryk, V.V. (2017), “Matematychni metody doslidzhennja operacij” [Mathematical methods of operations research], Sumsjkyj derzhavnyj universytet, Sumy, 212 p.

8. Vitlinsjkyj, V.V., Tereshhenko, T.O. and Savina, S.S. (2016), “Ekonomiko-matematychni metody ta modeli: optymizacija” [Economic and mathematical methods and models: optimization], KNEU, Kiev, 303 p.

9. Ghalajeva, L.V., Roghoza, Sh.A. and Shuljgha, N.Gh. (2015), “Doslidzhennja operacij /posibnyk [dlja studentiv ekonomichnykh specialjnostej vyshhykh navchaljnykh zakladiv]” [Operations research / manual [for students of economic specialties of higher educational institutions]], CP «Komprynt», Kiev, 231 p.

10. Borovyk, O.V. and Borovyk, L.V. (2009), “Doslidzhennja operacij v operatyvno-sluzhbovij dijaljnosti orghaniv okhorony derzhavnogho kordonu” [Research of operations in the operational and service activities of state border guards], Vydavnyctvo Nacionaljnoji akademiji Derzhavnoji prykordonnoji sluzhby Ukrajiny imeni B. Khmeljnycjkogho, Khmeljnycjkyj, 444 p.

11. Kormen, Tomas, X., Lejzerson, Charljz, Y., Ryvest, Ronaljd L., Shtajn and Klyfford (2005), “Alghorytmы: postroenye y analyz” [Algorithms: construction and analysis], Yzdateljskyj dom "Vyljjams", Moscow, 1296 p.

12. Akho, A., Khopkroft, Dzh. and Uljman, Dzh. (1979), “Postroenye y analyz vычyslyteljnыkh alghorytmov” [Construction and analysis of computational algorithms], Myr, Moscow, 536 p.

13. Kuzjmychov, A.I. (2013), “Optymizacijni metody i modeli: praktykum v Excel” [Optimization methods and models: a workshop in Excel], VPC AMU, Kiev, 438 p.

14. Chub, I.A, Novozhylova, M.V. and Andronov, V.A. (2017), “Modeljuvannja prykladnykh optymizacijnykh zadach rozmishhennja ob'jektiv z metrychnymy kharakterystykamy, shho zminjujutjsja: monoghrafija” [Simulation of applied optimization problems of placement of objects with changing metric characteristics], NUCZ Ukrajiny, Kharkiv, 167 p.

15. D’Apke, C. Efficient Controls for Traffic Flow on Networks / C. D’Apke, P. I. Kogut, R. Manzo // Dynamical and Control Systems. - 16(2010). - № 3. - P. 407-437.

16. Jahn J. Vector Optimization: Theory, Applications and Extensions. - Berlin: Springer-Verlag, 2004. - 400 p.

17. Semenova, N.V., Kolechkyna, L.N. and Naghornaja, A.N. (2008), “Podkhod k reshenyju vektornыkh zadach dyskretnoj optymyzacyy na kombynatornom mnozhestve perestanovok” [An approach to solving vector problems of discrete optimization on a combinatorial set of permutations], Cybernetics and Systems Analysis, No. 3, pp. 158-172.

18. Rambo J., Blaha M. UML 2.0 Object-Oriented Modeling and Development / J. Rambo, M. Blaha; - 2nd ed. - St. Petersburg: Piter, 2007. - 544 p.

19. McDonald, Matthew. WPF 4: Windows Presentation Foundation in NET 4.0 with examples for C# 2010 for professionals: - M.: LLC "I.D. William", 2011. - 1024 p.

20. Johnson Bruse Professional Visual Studio 2013/Bruse Johnson - Indianapolis: John Wiley & Sons, Inc., 2014 - 1048 p.

Ph.D., prof. Borovik O.V., Borovik D.O.

IMPROVEMENT OF THE SCIENTIFIC AND METHODICAL APPARATUS OF DISCLOSURE OF UNCERTAINTY IN THE PROBLEMS OF INTERACTION

For a large class of systems analysis tasks, an important issue is the disclosure of uncertainties. This is due to the variety of goals, properties and characteristics of the studied objects. Today, the task of revealing the uncertainty of conflicts in the tasks of choosing the goals of plans and plans in the process of interaction of partners or opposition of competitors or opponents remains relevant. There are methods in systems analysis that allow you to solve these problems in some cases. They are based on the application of methods of mathematical analysis and probability theory. However, these methods are applicable only to problems in which the number of partners and the arguments of the objective functions that determine the purpose of their activities coincide. Since in practice, as a rule, such a restriction is not met, it is important to find approaches to solving problems of disclosing the uncertainty of conflicts in the tasks of choosing the goals of plans and plans in the process of interaction of partners arbitrary number of partners and arguments of their target functions.

The paper formalizes the problem of revealing uncertainty in the interaction of partners, in which the number of arguments of the objective functions is not necessarily equal to the number of partners. The analysis of the existing approach to the solution of the formulated problem in the absence and presence of situational uncertainty for two and any number of partners is also carried out. Based on the application of technical constraints, an approach to solving the problem is proposed and software and algorithmic support for its implementation is formed. This approach is based on the preliminary formation of the area of acceptable solutions (Pareto area) and the subsequent search for a rational solution in this area. The proposed approach can be applied to solving the problem of disclosing the uncertainty of conflicts both in the absence and in the presence of situational uncertainty. Software-algorithmic implementation of the author's approach to solving the research problem allows to automate individual stages of problem solving.

Keywords: mathematical model, uncertainty, partners, scope, technical limitations.