

ОСОБЛИВОСТІ ВСТАНОВЛЕННЯ ВЕЛИЧИНИ МЕТРИКИ, ЩО ЗАСТОСОВУЄТЬСЯ ДЛЯ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПОДІБНОСТІ МАРШРУТІВ СУДЕН У СИСТЕМІ ВИСВІТЛЕННЯ НАДВОДНОЇ ОБСТАНОВКИ

Інформаційна складова сучасної моделі охорони кордону на морській ділянці реалізується з використанням інтегрованої інформаційно-телекомунікаційної системи Морської охорони «Гарт-12». Застосування цієї системи дозволяє отримувати інформацію про поточне положення суден, порт відправки та порт призначення, тип вантажу та інші додаткові дані. При виборі судна у системі висвітлення надводної обстановки існує можливість перегляду попередніх точок його маршруту, отриманих у певні дискретні моменти часу. Останнє необхідне для встановлення можливих ознак порушення правил прикордонного режиму порушниками прикордонного законодавства. При цьому, візуалізація маршруту здійснюється з використанням лінійної апроксимації, а можливе порушення правил прикордонного режиму встановлюється на основі порівняння маршруту руху окремого судна та кластера маршрутів, що з'єднують пункт відправлення та призначення судна. Однак застосування лінійної апроксимації при формуванні неперервного апроксимаційного маршруту руху судна є сумнівним і нічим не підтвердженим.

У роботі досліджено вплив виду апроксимації при побудові в системі висвітлення надводної обстановки неперервного маршруту руху судна через множину дискретних точок місцезнаходження судна у фіксовані моменти часу на величину метрики, що застосовується для встановлення подібності маршруту двох різних суден. Дослідження передбачало: здійснення формалізації досліджуваної задачі; проведення аналізу можливості застосування для її вирішення лінійної, кусково-квадратичної апроксимації, апроксимації за допомогою інтерполяційного поліному Лагранжа та інтерполяційного поліному Ньютона, а також сплайн-інтерполяції; здійснення розрахунку метрики для встановлення ступеня подібності маршрутів суден; перевірку гіпотези про доцільність застосування лінійної апроксимації на основі порівняння отриманих результатів з використанням різних апроксимаційних методів. Програмно-алгоритмічна реалізація вирішення досліджуваної задачі, що здійснена авторами, дозволяє автоматизувати процес перевірки гіпотези та становить основу для подальшого дослідження впливу виду апроксимації на форму кластера маршруту суден.

Ключові слова: метрика, апроксимація, система висвітлення надводної обстановки, подібність маршрутів, кластеризація.

Вступ. Інформаційна складова сучасної моделі охорони кордону на морській ділянці реалізується з використанням інтегрованої інформаційно-телекомунікаційної системи (ІТС) Морської охорони «Гарт-12». Застосування ІТС «Гарт-12» дозволяє отримувати інформацію про поточне положення суден, порт відправки та порт призначення, тип вантажу та інші додаткові дані. При виборі судна у системі висвітлення надводної обстановки (СВНО) існує можливість перегляду попередніх точок його маршруту, отриманих в певні дискретні моменти часу. Останнє необхідне для встановлення можливих ознак порушення правил прикордонного режиму. При цьому, візуалізація маршруту здійснюється з використанням лінійної апроксимації (наявні точки з'єднуються відрізками прямих), а можливе порушення правил прикордонного режиму встановлюється на основі співставлення маршруту руху окремого судна та кластера маршрутів, що з'єднують пункт відправлення та призначення судна.

Постановка проблеми. Авторські дослідження, що стосувалися питань оцінки достовірності результатів, що формуються діючою СВНО, вказують на те, що застосування згаданої лінійної апроксимації при формуванні неперервного апроксимаційного маршруту руху судна, є сумнівним і нічим не підтвердженим [1]. Особливий сумнів виникає у випадку значної віддаленості в часі або просторі досліджуваних точок, які характеризують положення

судна. А тому актуальності набуває завдання перевірки гіпотези про доцільність застосування лінійної апроксимації у задачі побудови кластерів маршруту руху суден.

На думку авторів, перевірка гіпотези може бути здійснена на основі вирішення задачі при застосуванні інших видів апроксимації. У разі, якщо виявиться, що застосування інших видів апроксимації не впливає на структуру кластера маршрутів суден, у СВНО можна буде з достатнім ступенем точності застосовувати лінійну апроксимацію. Якщо ж виявиться, що застосування інших видів апроксимації впливатиме на структуру кластера маршрутів суден, необхідним буде пошук механізмів удосконалення методу кластеризації маршрутів.

Зважаючи на те, що вид апроксимації маршруту судна безпосередньо впливає на величину метрики, що застосовується для встановлення подібності маршрутів двох довільних суден, за доцільне вбачається дослідження впливу виду апроксимації на величину згаданої метрики.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Зважаючи на підхід, який пропонується для розв'язання визначеної задачі, актуальним є проведення аналізу наукових праць, у яких аналізувалися питання, що стосуються підходів до побудови кластерів і застосування методів апроксимації.

Ці питання, зокрема, відображені у роботах [2-14].

Так, у роботах [2-4] наведено класифікацію методів кластеризації, в тому числі і геопросторових даних, а також методи групування даних у кластери.

Роботи [5-7] присвячені питанням алгоритмізації задачі кластеризації різного роду даних, у тому числі і для спеціальних мереж, а також багатокритеріальному оцінюванню ефективності кластеризації.

У працях [8-9] для вирішення задачі класифікації маршрутів наведено можливі методи кластеризації, які дозволяють, встановивши належність даних про окремі маршрути до кластерів, визначити еталонний маршрут.

Наявність методики кластеризації наявних даних про маршрути суден дозволила авторам роботи [10] запропонувати підхід до визначення просторових аномалій руху суден та оцінки ступеня ризиків порушення прикордонного законодавства. На основі кластеризації було запропоновано технологію проведення класифікації наявних даних у базі ІТС «Гарт-12» та визначення еталонних маршрутів. Дані про ці маршрути дозволяють класифікувати нові дані, які надходять до СВНО, та проводити на їх основі аналіз ризиків. Також у роботі визначено логічні вирази для встановлення рівня загроз щодо порушення прикордонного законодавства на морській ділянці кордону.

Однак, незважаючи на значну кількість проведених досліджень, питання достовірності отриманих результатів залишається ще не до кінця вивченим. Його подальше дослідження передбачає застосування методів нелінійної апроксимації, увага яким приділена, зокрема, у роботах [11-14].

Метою статті є дослідження впливу виду апроксимації при побудові в СВНО неперервного маршруту руху судна через множину дискретних точок місцезнаходження судна у фіксовані моменти часу на величину метрики, що застосовується для встановлення подібності маршруту двох різних суден.

Виклад основного матеріалу дослідження. Для досягнення мети вбачається за доцільне: здійснити формалізацію досліджуваної задачі; здійснити опис підходів до її вирішення при застосуванні різних видів апроксимації; здійснити розрахунок метрики для встановлення ступеня подібності маршрутів суден і порівняти отримані результати, що дозволить перевірити гіпотезу про доцільність застосування в СВНО лінійної апроксимації.

Математична постановка задачі.

Нехай

$$\begin{aligned} M_1 &= \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_i, y_i), \dots, (x_{k_1}, y_{k_1})\}, \\ M_2 &= \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_j, y_j), \dots, (x_{k_2}, y_{k_2})\} \end{aligned} \quad (1)$$

це множини координат точок місцезнаходження 1-го та 2-го судна, відповідно.

k_1, k_2 – це потужності множин M_1, M_2 , відповідно.

Уявлення про місце знаходження суден у фіксований момент часу в СВНО можна сформулювати, наприклад, з використанням рис. 1.

Слід зауважити, що потужності множин M_1, M_2 для різних суден, у загальному випадку, різні. Причому потужності цих множин можуть відрізнятися достатньо суттєво навіть у випадку, якщо судна рухаються по одному маршруту між заданими пунктами відправлення та призначення.

Ступінь подібності маршрутів M_1 та M_2 двох суден (див. рис. 2) визначається за допомогою метрики $R(M_1, M_2)$, як середнє відхилення точок множини M_2 , які описують дискретний маршрут руху другого судна, від апроксимованого неперервного першого маршруту у вигляді [1]

$$R(M_1, M_2) = \frac{\sum_{j=1}^{k_2} R_{\min j}}{k_2}, \quad (2)$$

де $R_{\min j}$ є найкоротшою відстанню від j -ї точки множини M_2 до встановленого першого маршруту, тобто до найближчого деякого i -го сегменту лінії, яка з'єднує точки (x_i, y_i) і (x_{i+1}, y_{i+1}) множини M_1 , а k_2 - кількість досліджуваних точок другого маршруту.

Ступінь подібності маршрутів M_1 та M_2 може визначатися і за допомогою метрики $R(M_2, M_1)$ (див. рис 3), як середнє відхилення точок множини M_1 , які описують дискретний маршрут руху першого судна, від апроксимованого неперервного другого маршруту у вигляді [1]

$$R(M_2, M_1) = \frac{\sum_{i=1}^{k_1} R_{\min i}}{k_1}, \quad (3)$$

де $R_{\min i}$ є найкоротшою відстанню від i -ї точки множини M_1 до встановленого другого маршруту, тобто до найближчого деякого j -го сегменту лінії, яка з'єднує точки (x_j, y_j) і (x_{j+1}, y_{j+1}) множини M_2 , а k_1 - кількість досліджуваних точок першого маршруту.

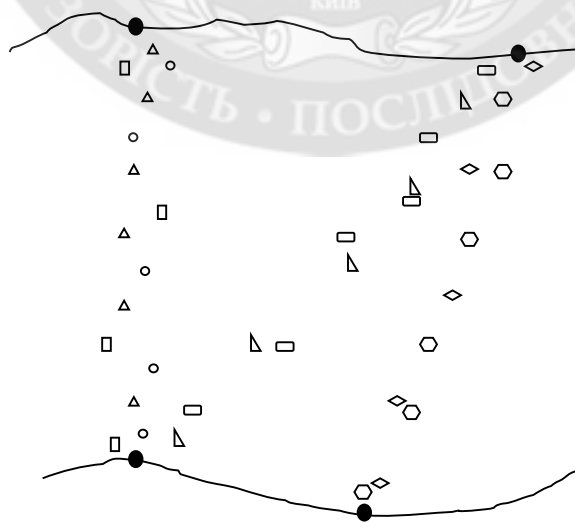


Рисунок 1 – Схематичне представлення даних щодо положення окремих суден у СВНО:

- - пункти відправлення суден;
- □ △ ◇ ◊ ◻ - позначення положення окремих суден.

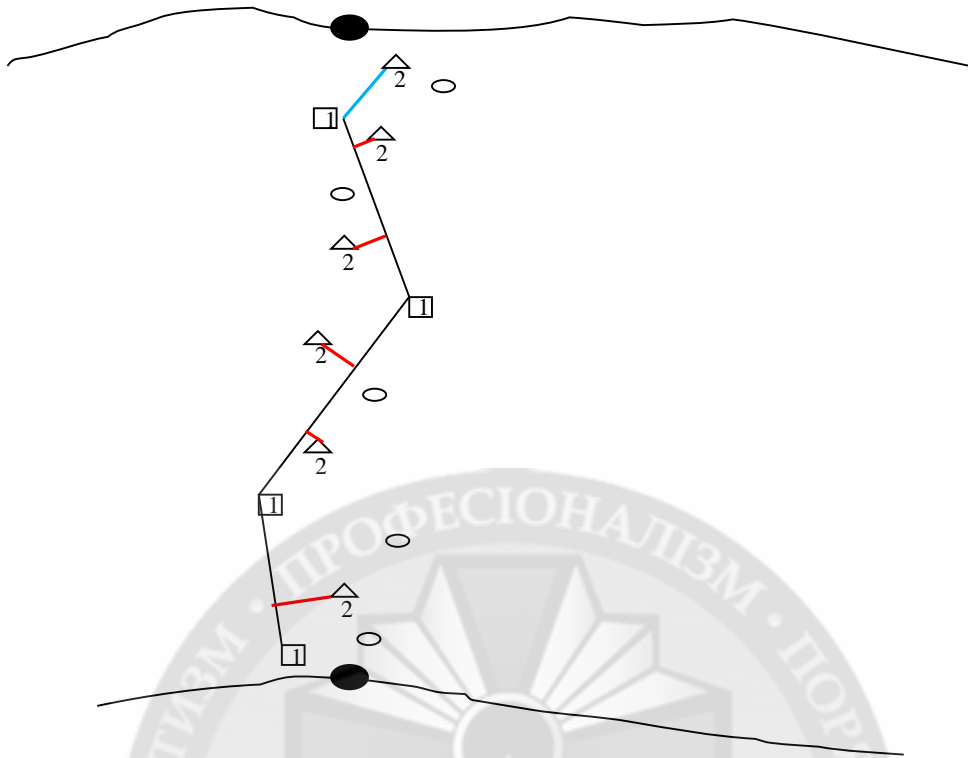


Рисунок 2 – Підхід до визначення ступеня подібності маршрутів M_1 та M_2 за допомогою метрики $R(M_1, M_2)$

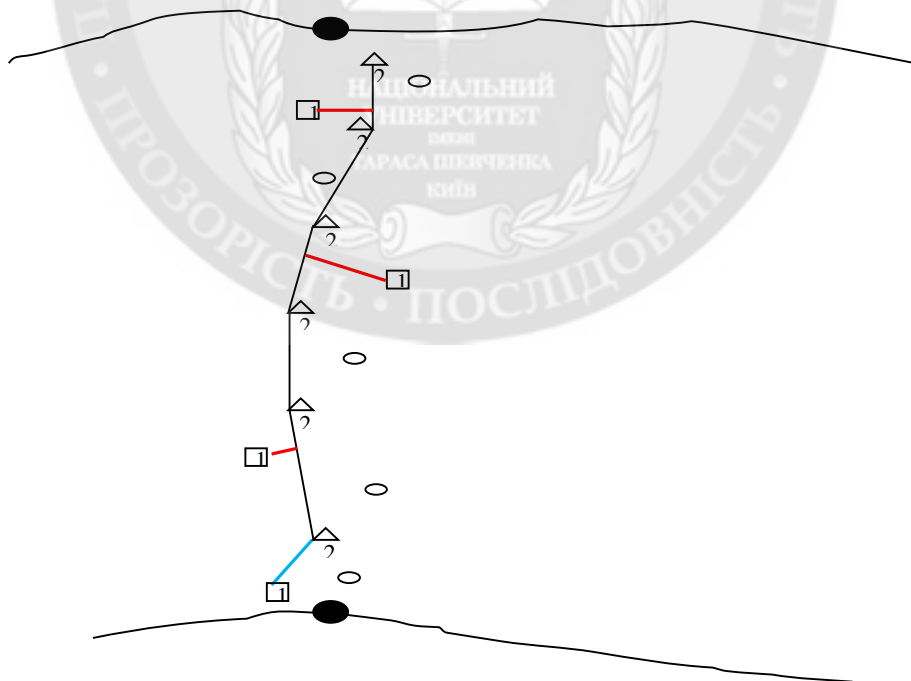


Рисунок 3 – Підхід до визначення ступеня подібності маршрутів M_2 та M_1 за допомогою метрики $R(M_2, M_1)$

Необхідно встановити вплив виду апроксимації, яка застосовується при побудові маршруту 1-го (див. рис. 2) або 2-го (див. рис. 3) судна на величину метрик $R(M_1, M_2)$ і $R(M_2, M_1)$, відповідно.

Опис підходів до вирішення задачі при застосуванні різних видів апроксимації.

Як наведено у роботі [1], при використанні лінійної апроксимації координати (x, y) точки i -го сегменту прямої, яка з'єднує точки (x_i, y_i) і (x_{i+1}, y_{i+1}) першого маршруту, і яка є найближчою до j -ї точки з координатами (x_j, y_j) множини M_2 , можна отримати з формул

$$\begin{aligned} x &= \frac{y_j \cdot k_i + x_j - b_i \cdot k_i}{1 + k_i^2}, \\ y &= k_i \cdot x + b_i, \end{aligned} \quad (3)$$

де k_i, b_i – параметри лінійного рівняння прямої, що описує i -й сегмент, який з'єднує точки (x_i, y_i) і (x_{i+1}, y_{i+1}) множини M_1 . Вказані параметри можуть бути нескладно знайдені з використанням рівняння прямої, що проходить через дві задані точки.

Тоді

$$R_{\min j} = \sqrt{\left(x_j - \frac{y_j \cdot k_i + x_j - b_i \cdot k_i}{1 + k_i^2}\right)^2 + \left(y_j - k_i \cdot \frac{y_j \cdot k_i + x_j - b_i \cdot k_i}{1 + k_i^2} - b_i\right)^2}. \quad (4)$$

Формула (4) може застосовуватись у випадку, коли найкоротша відстань від j -ї точки множини M_2 до встановленого першого маршруту знаходиться на перпендикулярі від j -ї точки множини M_2 до деякого сегмента неперервного апроксимованого першого маршруту (на рис. 2 це відрізки, що зображені червоним кольором).

Однак, можливий випадок, коли величина x , що отримана з (3), може знаходитись поза діапазоном $[x_i, x_{i+1}]$. Тоді величину $R_{\min j}$ пропонується знаходити як найменшу відстань від j -ї точки множини M_2 до кінців відрізка i -го сегменту (тобто до точок (x_i, y_i) і (x_{i+1}, y_{i+1}) множини M_1) (на рис. 2 це відрізок, що зображений синім кольором).

Тоді, з урахуванням цього, у загальному випадку

$$R_{\min j} = \begin{cases} \sqrt{\left(x_j - \frac{y_j \cdot k_i + x_j - b_i \cdot k_i}{1 + k_i^2}\right)^2 + \left(y_j - k_i \cdot \frac{y_j \cdot k_i + x_j - b_i \cdot k_i}{1 + k_i^2} - b_i\right)^2}, & x \in [x_i, x_{i+1}], \\ \min \left\{ \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}, \sqrt{(x_j - x_{i+1})^2 + (y_j - y_{i+1})^2} \right\}, & x \notin [x_i, x_{i+1}]. \end{cases} \quad (5)$$

Послідовне використання виразів (5), (3), (2) визначає методику обчислення метрики $R(M_1, M_2)$.

При застосуванні інших видів апроксимації задача відшукування величини $R_{\min j}$, а отже, і метрики $R(M_1, M_2)$, складається з двох частин: відшукування виду формульної залежності для лінії, що описує точки (x_i, y_i) і (x_{i+1}, y_{i+1}) множини M_1 , та встановлення найменшої відстані від j -ї точки множини M_2 до цієї лінії.

Слід зауважити, що друга частина задачі є типовою і незалежною від того, який вид апроксимації використовується для вирішення першої частини задачі.

Для вирішення ж першої частини задачі розглянемо випадки застосування наступних видів апроксимації: кусково-квадратичної, інтерполяційного поліному Лагранжа, інтерполяційного поліному Ньютона, сплайн-інтерполяції.

При використанні кусково-квадратичної інтерполяції в якості лінії, що поєднує точки окремого сегменту, розглядається квадратична функція $g(x) = ax^2 + bx + c$. При цьому, сегмент поєднує не дві, як у випадку лінійної апроксимації, а три точки $(x_i; y_i)$, $(x_{i+1}; y_{i+1})$, $(x_{i+2}; y_{i+2})$. У роботі [11] наведено вид функції $g(x) = ax^2 + bx + c$, яка проходить

через точки $(x_i; y_i)$, $(x_{i+1}; y_{i+1})$, $(x_{i+2}; y_{i+2})$. Така функція представляється наступним чином:

$$g(x) = \frac{(x-x_{i+1})(x-x_{i+2})}{(x_i-x_{i+1})(x_i-x_{i+2})}y_i + \frac{(x-x_i)(x-x_{i+2})}{(x_{i+1}-x_i)(x_{i+1}-x_{i+2})}y_{i+1} + \frac{(x-x_i)(x-x_{i+1})}{(x_{i+2}-x_i)(x_{i+2}-x_{i+1})}y_{i+2}. \quad (6)$$

Оскільки функція (6) на різних сегментах матиме різні значення коефіцієнтів a, b, c , то для встановлення відповідності функції окремим сегментам позначатимемо її як функцію $g_i(x)$ для сегменту з точок $(x_i; y_i)$, $(x_{i+1}; y_{i+1})$, $(x_{i+2}; y_{i+2})$. Тобто встановлюватимемо відповідність функції першій точці сегмента.

При використанні інтерполяційного поліному Лагранжа в якості лінії, що проходить через всі точки множини M_1 , розглядається поліном $(n-1)$ -го степеня [11]

$$L_{n-1}(x) = \sum_{i=1}^n \left[\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left(\frac{x-x_j}{x_i-x_j} \right) \right] y_i. \quad (7)$$

Слід зауважити, що у цьому випадку лінія для всієї множини M_1 є такою, що визначається однією функціональною залежністю, а не “зшивається” з окремих частин на окремих сегментах.

У випадку використання інтерполяційного поліному Ньютона в якості лінії, що проходить через всі точки множини M_1 , розглядається поліном $(n-1)$ -го степеня [11]

$$H_{n-1}(x) = f(x_1) + (x-x_1)f(x_1; x_2) + (x-x_1)(x-x_2)f(x_1; x_2; x_3) + \dots + (x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_{n-1})f(x_1; x_2; \dots; x_n). \quad (8)$$

У виразі (8) $f(x_1) = y_1$,

розділені різниці 1-го порядку

$$f(x_1; x_2) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}, \dots, f(x_{n-1}; x_n) = \frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}, \quad (9)$$

розділені різниці 2-го порядку

$$f(x_1; x_2; x_3) = \frac{f(x_2; x_3) - f(x_1; x_2)}{x_3 - x_1}, \dots, f(x_{n-2}; x_{n-1}; x_n) = \frac{f(x_{n-1}; x_n) - f(x_{n-2}; x_{n-1})}{x_n - x_{n-2}}, \quad (10)$$

розділена різниця $(n-1)$ -го порядку

$$f(x_1; x_2; \dots; x_n) = \frac{f(x_2; \dots; x_n) - f(x_1; x_2; \dots; x_{n-1})}{x_n - x_1}. \quad (11)$$

Як і у випадку інтерполяційного поліному Лагранжа, у цьому випадку лінія для всієї множини M_1 є такою, що визначається однією функціональною залежністю, а не “зшивається” з окремих частин на окремих сегментах.

Інтерполяція за допомогою поліномів Лагранжа або Ньютона з використанням великої кількості вузлів часто призводить до поганого наближення, що пояснюється накопиченням великої похибки в процесі обчислень. З іншого боку, лінійна і кусково-квадратична інтерполяція не дозволяють досягти гарного наближення, зважаючи на їх теоретичну неточність. Одним із способів досягти гарного наближення в прикладних задачах є інтерполяція за допомогою сплайн-функцій.

При використанні сплайн-інтерполяції в якості лінії, що поєднує точки окремого сегменту $(x_i; x_{i+1})$, де $i = \overline{1, n-1}$, розглядається функція [11]

$$S_i(x) = y_i + c_{1,i}(x - x_i) + c_{2,i}(x - x_i)^2 + c_{3,i}(x - x_i)^3, \quad (12)$$

у якій коефіцієнти $c_{1,i}, c_{2,i}, c_{3,i}$ знаходяться з наступних систем рівнянь

$$\begin{cases} y_i + c_{1,i}(x_{i+1} - x_i) + c_{2,i}(x_{i+1} - x_i)^2 + c_{3,i}(x_{i+1} - x_i)^3 = y_{i+1}, & i = \overline{1, n-1}, \\ c_{1,i} + 2c_{2,i}(x_{i+1} - x_i) + 3c_{3,i}(x_{i+1} - x_i)^2 = c_{1,i+1}, & i = \overline{1, n-2}, \\ 2c_{2,i} + 6c_{3,i}(x_{i+1} - x_i) = 2c_{2,i+1}, & i = \overline{1, n-2}, \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} 2c_{2,1} = 0, \\ 2c_{2,n-1} + 6c_{3,n-1}(x_n - x_{n-1}) = 0. \end{cases} \quad (14)$$

Наведений опис підходів до вирішення досліджуваної задачі при застосуванні різних видів апроксимації дозволяє безпосередньо підійти до розрахунку метрик $R(M_1, M_2)$ і $R(M_2, M_1)$.

Розрахунок метрик для встановлення ступеня подібності маршрутів суден.

Розрахунок метрик $R(M_1, M_2)$ і $R(M_2, M_1)$ передбачає насамперед встановлення величин $R_{\min j}$ та $R_{\min i}$. Для цього слід реалізувати наступні процедури.

1. Слід сформуванати таблицю початкових умов щодо місцезаходження досліджуваних суден.

Таблиця 1

Початкові умови щодо місцезаходження суден в СВНО

Координати місцезаходження 1-го судна $(x_i; y_i), i = \overline{1, k_1}$ в СВНО		Координати місцезаходження 2-го судна $(x_j; y_j), j = \overline{1, k_2}$ в СВНО	
x_1	y_1	x_1	y_1
x_2	y_2	x_2	y_2
x_3	y_3	x_3	y_3
...
x_i	y_i	x_j	y_j
x_{i+1}	y_{i+1}	x_{j+1}	y_{j+1}
x_{i+2}	y_{i+2}	x_{j+2}	y_{j+2}
...
x_{k_1-2}	y_{k_1-2}	x_{k_2-2}	y_{k_2-2}
x_{k_1-1}	y_{k_1-1}	x_{k_2-1}	y_{k_2-1}
x_{k_1}	y_{k_1}	x_{k_2}	y_{k_2}

2. Для розрахунку метрики $R(M_1, M_2)$ слід встановити відповідність кожної точки місцезаходження 2-го судна $(x_j; y_j), j = \overline{1, k_2}$ в СВНО окремим інтервалам $(x_i; x_{i+1}), i = \overline{1, k_1 - 1}$, апроксимаційної лінії. Тобто слід встановити ті ділянки апроксимаційної лінії маршруту 1-го судна, до яких буде відшукуватись найкоротша відстань від точки $(x_j; y_j)$.

Для більшості маршрутів руху суден можна вважати, що якщо $y_j \in [y_i; y_{i+1}]$, то j -та точка 2-го судна належить i -му інтервалу 1-го судна (див. рис. 4).

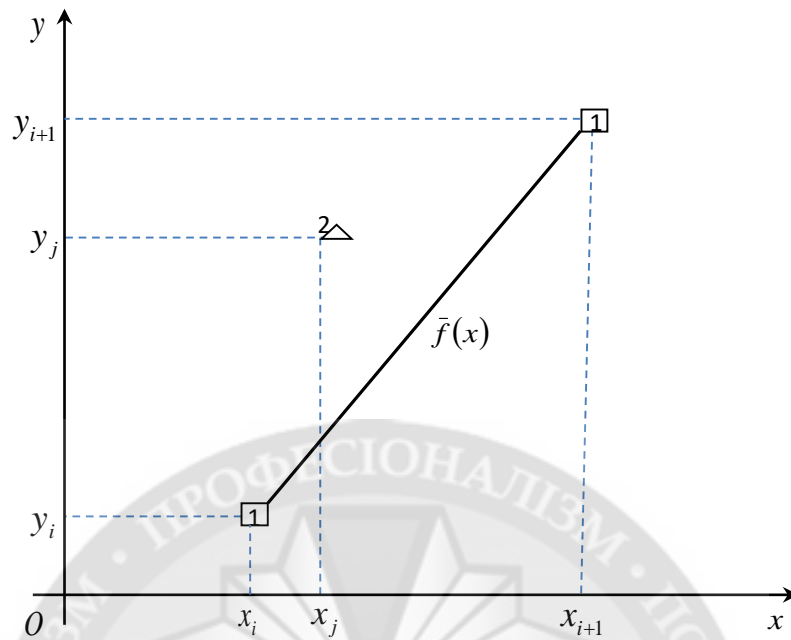


Рисунок 4 – Щодо типової відповідності точки положення 2-го судна певному інтервалу маршруту руху 1-го судна

Однак, у загальному випадку слід враховувати, що якщо $y_j \in [y_i; y_{i+1}]$, то j -та точка 2-го судна може належати як i -му інтервалу 1-го судна, так і $(i-1)$ -му (див. рис. 5), або $(i+1)$ -му інтервалу 1-го судна (див. рис. 6).



Рисунок 5 – Щодо нетипової відповідності точки положення 2-го судна певному інтервалу маршруту руху 1-го судна

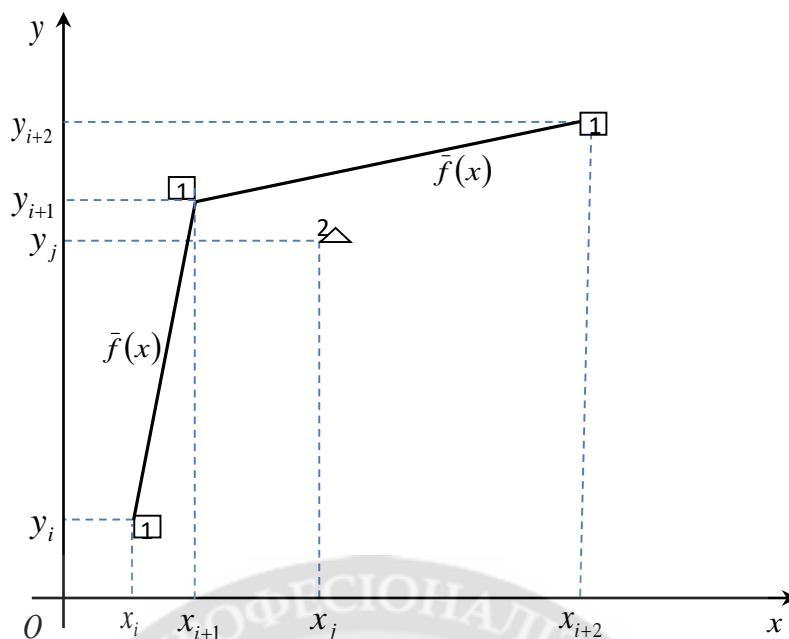


Рисунок 6 – Щодо нетипової відповідності точки положення 2-го судна певному інтервалу маршруту руху 1-го судна

Аналогічно, для розрахунку метрики $R(M_2, M_1)$ слід встановити відповідність кожної точки місцезнаходження 1-го судна $(x_i; y_i)$, $i = \overline{1, k_1}$ в СВНО окремим інтервалам $(x_j; x_{j+1})$, $j = \overline{1, k_2 - 1}$, апроксимаційної лінії. Тобто слід встановити ті ділянки апроксимаційної лінії маршруту 2-го судна, до яких буде відшукуватись найкоротша відстань від точки $(x_i; y_i)$.

Для більшості маршрутів руху суден можна вважати, що якщо $y_i \in [y_j; y_{j+1}]$, то i -та точка 1-го судна належить j -му інтервалу 2-го судна.

Однак, у загальному випадку слід враховувати, що якщо $y_i \in [y_j; y_{j+1}]$, то i -та точка 1-го судна може належати як j -му інтервалу 2-го судна, так і $(j-1)$ -му, або $(j+1)$ -му інтервалу 1-го судна.

3. При розрахунку метрики $R(M_1, M_2)$ для кожної точки місцезнаходження 2-го судна $(x_j; y_j)$, $j = \overline{1, k_2}$ в СВНО слід здійснити розрахунок величини $R_{\min j}$.

При цьому, слід врахувати, що величина $R_{\min j}$ - це найкоротша відстань від точки $(x_j; y_j)$ деякого положення судна 2 до кривої $\bar{f}(x)$, яка є апроксимаційною моделлю дійсної траєкторії руху 1-го судна $f(x)$ на описаному в п. 2 інтервалі маршруту руху судна 1.

Відстань $R_{\min j}$ може знаходитись на перпендикулярі до апроксимаційної лінії $\bar{f}(x)$ (див. рис. 7, 8), або являти собою довжину відрізка від точки $(x_j; y_j)$ до крайньої точки апроксимаційної лінії на досліджуваному інтервалі (див. рис. 9).

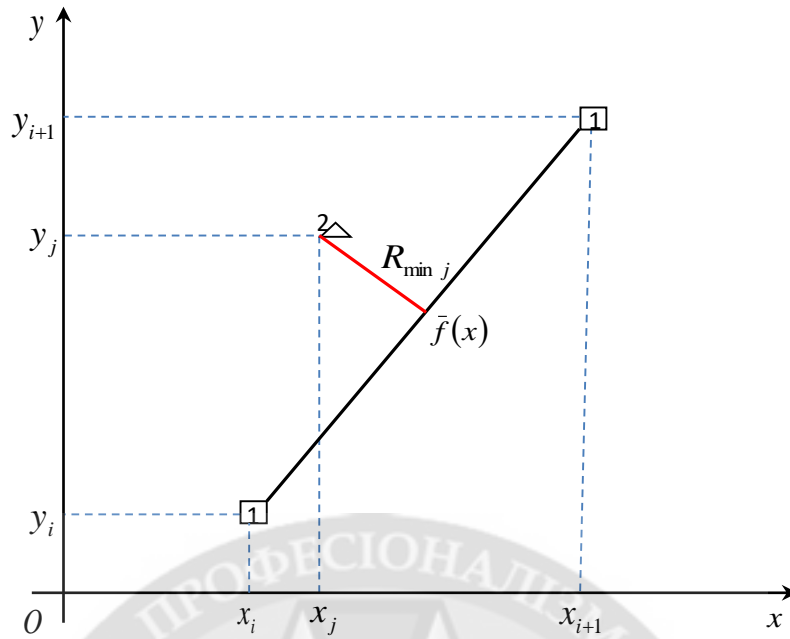


Рисунок 7 – Варіант відшукування величини $R_{\min j}$ при лінійній апроксимації

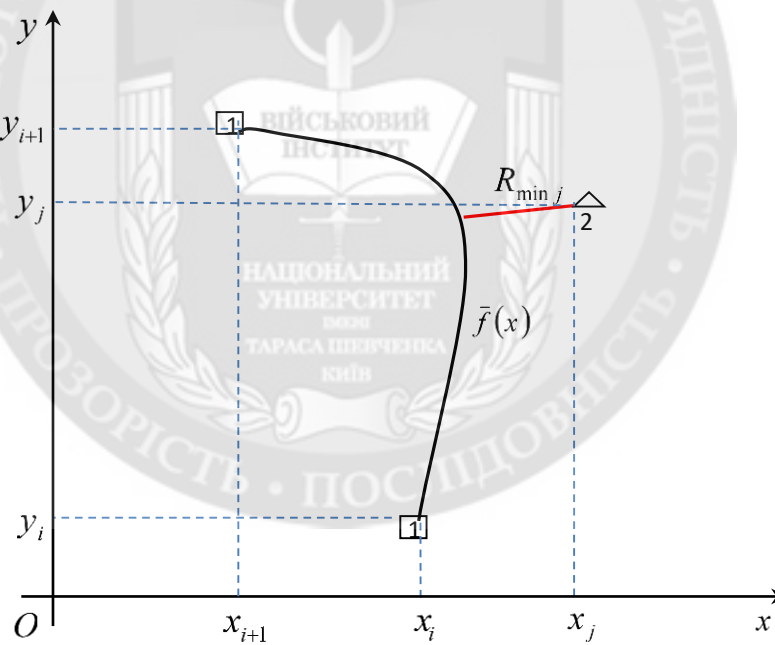


Рисунок 8 – Варіант відшукування величини $R_{\min j}$ при нелінійній апроксимації і у випадку найкоротшої відстані до проміжної точки апроксимаційної лінії на досліджуваному інтервалі

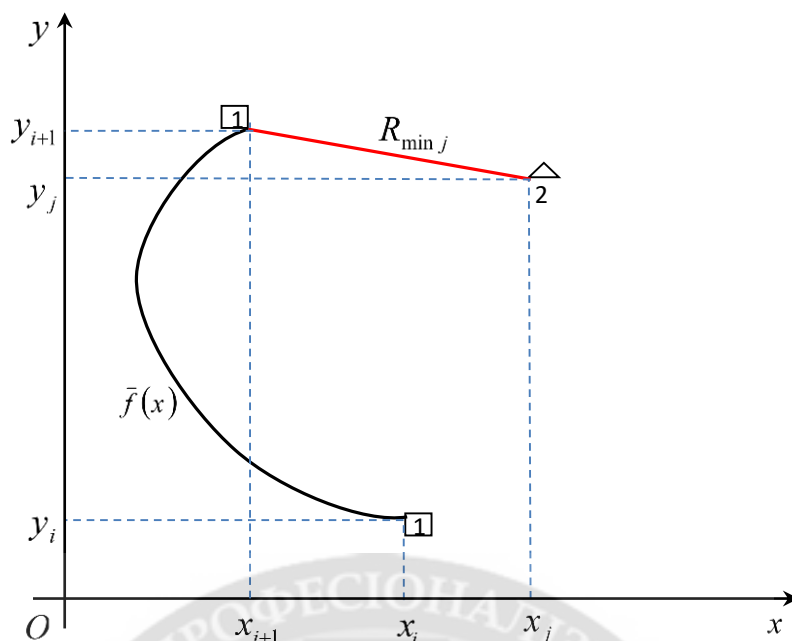


Рисунок 9 – Варіант відшукування величини $R_{\min j}$ при нелінійній апроксимації і у випадку найкоротшої відстані до крайньої точки апроксимаційної лінії на досліджуваному інтервалі

Для встановлення кожного значення $R_{\min j}$ можна поступати по-різному. За наявності обчислювальних засобів можна для описаного в п. 2 інтервалу $[x_i; x_{i+1}]$ задати достатньо малий крок дискретизації Δx_i і знайти довжину кожного відрізка між точками $(x_j; y_j)$ і $(\bar{x}_i; \bar{f}(\bar{x}_i))$, де $\bar{x}_i \in [x_i; x_{i+1}]$. Після цього з масиву отриманих значень знайти мінімальне значення та приписати його величині $R_{\min j}$.

Пошук величини $R_{\min j}$ може здійснюватись і аналітичними методами. Наприклад, на основі побудови у кожній точці $(\bar{x}_i; \bar{f}(\bar{x}_i))$, де $\bar{x}_i \in [x_i; x_{i+1}]$, дотичної до кривої $\bar{f}(x)$. Подальшого визначення відстані від точки $(x_j; y_j)$ до сформованої дотичної і до точки $(\bar{x}_i; \bar{f}(\bar{x}_i))$, та встановлення такої точки $(\bar{x}_i; \bar{f}(\bar{x}_i))$, в якій ці значення співпадатимуть. У разі співпадання отриманих значень знайдені величини визначатимуть величину $R_{\min j}$.

У результаті реалізації кроку 3 отримуються наступні дані (табл. 2).

Результати відшукування величини $R_{\min j}$

Координати місцезнаходження 2-го судна $(x_j; y_j)$, $j = \overline{1, k_2}$ в СВНО		Величина $R_{\min j}$, що знайдена при застосуванні				
		лінійної апроксимації на основі застосування формули (5)	кусково-квадратичної апроксимації на основі застосування формули (6)	інтерполяційного поліному Лагранжа на основі застосування формули (7)	інтерполяційного поліному Ньютона на основі застосування формул (8)-(11)	сплайн-інтерполяції на основі застосування формул (12)-(14)
x_1	y_1	$R_{\min 1}$	$R_{\min 1}$	$R_{\min 1}$	$R_{\min 1}$	$R_{\min 1}$
x_2	y_2	$R_{\min 2}$	$R_{\min 2}$	$R_{\min 2}$	$R_{\min 2}$	$R_{\min 2}$
x_3	y_3	$R_{\min 3}$	$R_{\min 3}$	$R_{\min 3}$	$R_{\min 3}$	$R_{\min 3}$
...
x_j	y_j	$R_{\min j}$	$R_{\min j}$	$R_{\min j}$	$R_{\min j}$	$R_{\min j}$
x_{j+1}	y_{j+1}	$R_{\min j+1}$	$R_{\min j+1}$	$R_{\min j+1}$	$R_{\min j+1}$	$R_{\min j+1}$
x_{j+2}	y_{j+2}	$R_{\min j+2}$	$R_{\min j+2}$	$R_{\min j+2}$	$R_{\min j+2}$	$R_{\min j+2}$
...
x_{k_2-2}	y_{k_2-2}	$R_{\min k_2-2}$	$R_{\min k_2-2}$	$R_{\min k_2-2}$	$R_{\min k_2-2}$	$R_{\min k_2-2}$
x_{k_2-1}	y_{k_2-1}	$R_{\min k_2-1}$	$R_{\min k_2-1}$	$R_{\min k_2-1}$	$R_{\min k_2-1}$	$R_{\min k_2-1}$
x_{k_2}	y_{k_2}	$R_{\min k_2}$	$R_{\min k_2}$	$R_{\min k_2}$	$R_{\min k_2}$	$R_{\min k_2}$
Примітка:	Значення величин $R_{\min j}$ у кожному рядку в загальному випадку різні					
	Значення метрики $R(M_1, M_2)$ при застосуванні відповідного виду апроксимації, що знаходяться на основі застосування формули (2)					
	$R(M_1, M_2)$	$R(M_1, M_2)$	$R(M_1, M_2)$	$R(M_1, M_2)$	$R(M_1, M_2)$	$R(M_1, M_2)$
Примітка:	Значення величин $R(M_1, M_2)$ у стовпцях у загальному випадку різні					

На основі знання значень усіх величин $R_{\min j}$, що наведені в табл. 2, далі за формулою (2) можна здійснити розрахунок значень величини $R(M_1, M_2)$.

Аналогічно наведеному вище, при розрахунку метрики $R(M_2, M_1)$ для кожної точки місцезнаходження 1-го судна $(x_i; y_i)$, $i = \overline{1, k_1}$ в СВНО слід здійснити розрахунок величини $R_{\min i}$. При цьому, слід врахувати, що величина $R_{\min i}$ - це найкоротша відстань від точки $(x_i; y_i)$ деякого положення судна 1 до кривої $\tilde{f}(x)$, яка є апроксимаційною моделлю дійсної траєкторії руху 2-го судна $f(x)$ на описаному в п. 2 інтервалі маршруту руху судна 2. Як і в попередньому випадку, відстань $R_{\min i}$ може знаходитись на перпендикулярі до апроксимаційної лінії $\tilde{f}(x)$, або являти собою довжину відрізка від точки $(x_i; y_i)$ до крайньої точки апроксимаційної лінії на досліджуваному інтервалі.

Для встановлення кожного значення $R_{\min i}$ можна застосовувати один із підходів, що

описані для випадку відшукування метрики $R(M_1, M_2)$.

У результаті реалізації кроку 3 при відшуванні метрики $R(M_2, M_1)$ отримуються наступні дані (табл. 3).

Таблиця 3

Результати відшукування величини $R_{\min i}$

Координати місцезнаходження 1-го судна $(x_i; y_i), i = \overline{1, k_1}$ в СВНО		Величина $R_{\min i}$, що знайдена при застосуванні				
		лінійної апроксимації на основі застосування формули (5)	кусково-квадратичної апроксимації на основі застосування формули (6)	інтерполяційного поліному Лагранжа на основі застосування формули (7)	інтерполяційного поліному Ньютона на основі застосування формул (8)-(11)	сплайн-інтерполяції на основі застосування формул (12)-(14)
x_1	y_1	$R_{\min 1}$	$R_{\min 1}$	$R_{\min 1}$	$R_{\min 1}$	$R_{\min 1}$
x_2	y_2	$R_{\min 2}$	$R_{\min 2}$	$R_{\min 2}$	$R_{\min 2}$	$R_{\min 2}$
x_3	y_3	$R_{\min 3}$	$R_{\min 3}$	$R_{\min 3}$	$R_{\min 3}$	$R_{\min 3}$
...
x_i	y_i	$R_{\min i}$	$R_{\min i}$	$R_{\min i}$	$R_{\min i}$	$R_{\min i}$
x_{i+1}	y_{i+1}	$R_{\min i+1}$	$R_{\min i+1}$	$R_{\min i+1}$	$R_{\min i+1}$	$R_{\min i+1}$
x_{i+2}	y_{i+2}	$R_{\min i+2}$	$R_{\min i+2}$	$R_{\min i+2}$	$R_{\min i+2}$	$R_{\min i+2}$
...
x_{k_1-2}	y_{k_1-2}	$R_{\min k_1-2}$	$R_{\min k_1-2}$	$R_{\min k_1-2}$	$R_{\min k_1-2}$	$R_{\min k_1-2}$
x_{k_1-1}	y_{k_1-1}	$R_{\min k_1-1}$	$R_{\min k_1-1}$	$R_{\min k_1-1}$	$R_{\min k_1-1}$	$R_{\min k_1-1}$
x_{k_1}	y_{k_1}	$R_{\min k_1}$	$R_{\min k_1}$	$R_{\min k_1}$	$R_{\min k_1}$	$R_{\min k_1}$
Примітка:	Значення величин $R_{\min i}$ у кожному рядку в загальному випадку різні					
	Значення метрики $R(M_2, M_1)$ при застосуванні відповідного виду апроксимації, що знаходяться на основі застосування формули (3)					
	$R(M_2, M_1)$	$R(M_2, M_1)$	$R(M_2, M_1)$	$R(M_2, M_1)$	$R(M_2, M_1)$	$R(M_2, M_1)$
Примітка:	Значення величин $R(M_2, M_1)$ у стовпцях у загальному випадку різні					

На основі знання значень усіх величин $R_{\min i}$, що наведені в табл. 3, далі за формулою (3) можна здійснити розрахунок значень величини $R(M_2, M_1)$.

Перевірка гіпотези про доцільність застосування в СВНО лінійної апроксимації.

З метою перевірки гіпотези про доцільність застосування в СВНО лінійної апроксимації достатньо провести розрахунки значень величин $R(M_1, M_2)$ і $R(M_2, M_1)$ для різних варіантів застосування апроксимаційних методів і на основі цього здійснити порівняння отриманих результатів та зробити висновки про коректність робочої гіпотези.

Для реалізації такої ідеї авторами було розроблено відповідне програмне забезпечення, яке дозволяє реалізовувати всі етапи запропонованого у даній роботі підходу. Середовищем його розробки було обрано Microsoft Visual Studio 2017, як одне з найпотужніших середовищ розробки для мови С# [15-17]. Застосування вибраної мови програмування С# дозволило реалізувати завдання, що описане вище. Фрагмент такої реалізації, що стосується наведеного алгоритму, наведений нижче.

```

class Spline
{
    public void BuildSpline(double[] x, double[] y, int n)
    {
        splines = new SplineTuple[n];
        for (int i = 0; i < n; ++i)
        {
            splines[i].x = x[i];
            splines[i].a = y[i];
        }
        splines[0].c = splines[n - 1].c = 0.0;

        double[] alpha = new double[n - 1];
        double[] beta = new double[n - 1];
        alpha[0] = beta[0] = 0.0;
        for (int i = 1; i < n - 1; ++i)
        {
            double hi = x[i] - x[i - 1];
            double hi1 = x[i + 1] - x[i];
            double A = hi;
            double C = 2.0 * (hi + hi1);
            double B = hi1;
            double F = 6.0 * ((y[i + 1] - y[i]) / hi1 - (y[i] - y[i - 1]) / hi);
            double z = (A * alpha[i - 1] + C);
            alpha[i] = -B / z;
            beta[i] = (F - A * beta[i - 1]) / z;
        }

        for (int i = n - 2; i > 0; --i)
        {
            splines[i].c = alpha[i] * splines[i + 1].c + beta[i];
        }

        for (int i = n - 1; i > 0; --i)
        {
            double hi = x[i] - x[i - 1];
            splines[i].d = (splines[i].c - splines[i - 1].c) / hi;
            splines[i].b = hi * (2.0 * splines[i].c + splines[i - 1].c) / 6.0 + (y[i] -
y[i - 1]) / hi;
        }
    }

    public double Interpolate(double x)
    {
        if (splines == null)
        {
            return double.NaN;
        }

        int n = splines.Length;
        SplineTuple s;

        if (x <= splines[0].x)
        {
            s = splines[0];
        }
        else if (x >= splines[n - 1].x)
        {
            s = splines[n - 1];
        }
        else
        {
            int i = 0;

```

```

int j = n - 1;
while (i + 1 < j)
{
    int k = i + (j - i) / 2;
    if (x <= splines[k].x)
    {
        j = k;
    }
    else
    {
        i = k;
    }
}
s = splines[j];}

double dx = x - s.x;

return s.a + (s.b + (s.c / 2.0 + s.d * dx / 6.0) * dx) * dx;
}}

```

Результати роботи додатку, що опрацьований авторами та відповідає наведеному у роботі підходу, можуть бути оцінені з рис. 10-14.

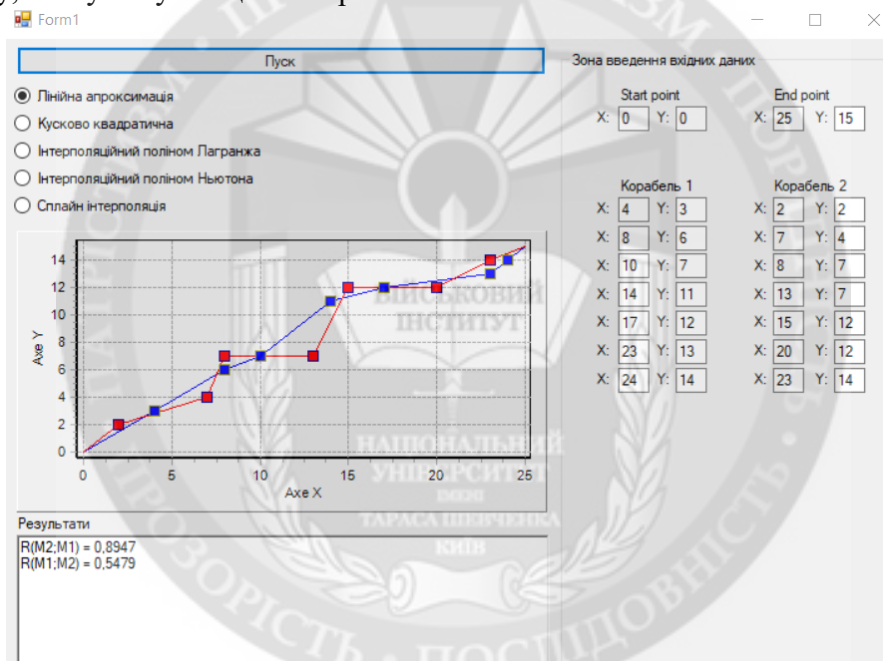


Рисунок 10 – Вікно результатів розрахунків значень величин $R(M_1, M_2)$ і $R(M_2, M_1)$ у випадку лінійної апроксимації на основі застосування формули (5)

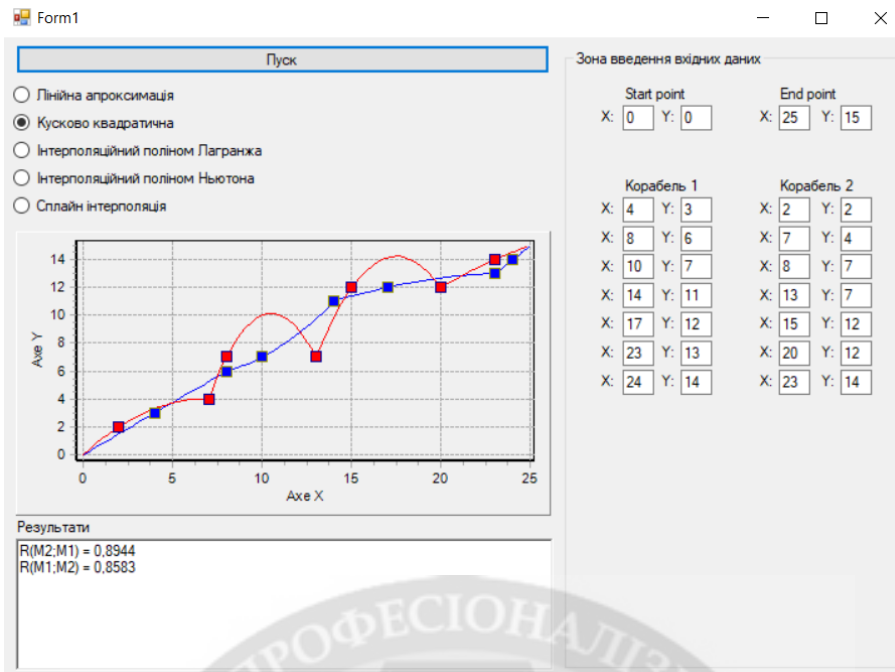


Рисунок 11 – Вікно результатів розрахунків значень величин $R(M_1, M_2)$ і $R(M_2, M_1)$ у випадку кусово-квадратичної апроксимації на основі застосування формули (6)

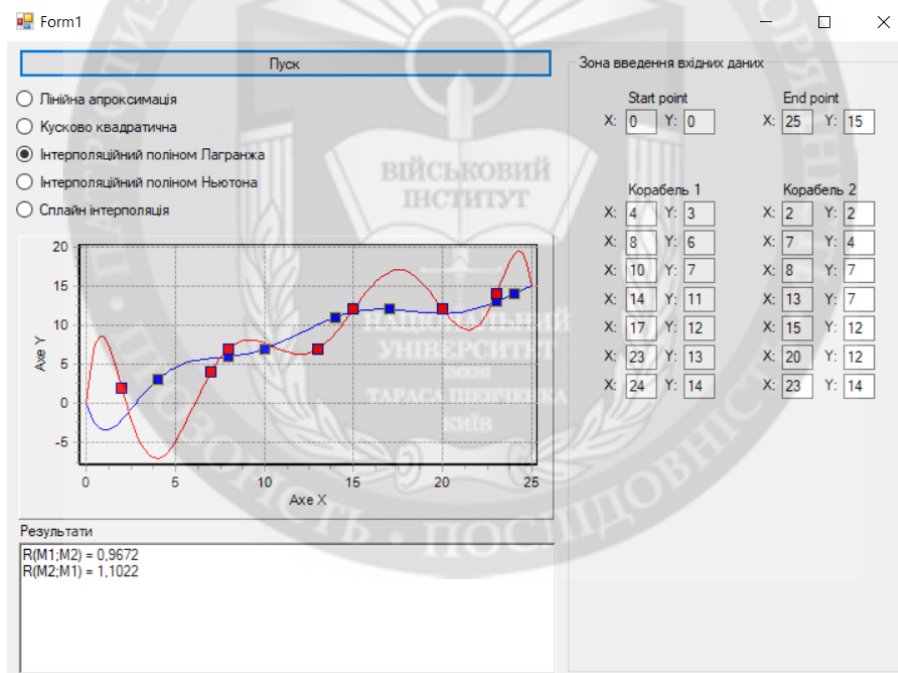


Рисунок 12 – Вікно результатів розрахунків значень величин $R(M_1, M_2)$ і $R(M_2, M_1)$ у випадку апроксимації за допомогою інтерполяційного поліному Лагранжа на основі застосування формули (7)

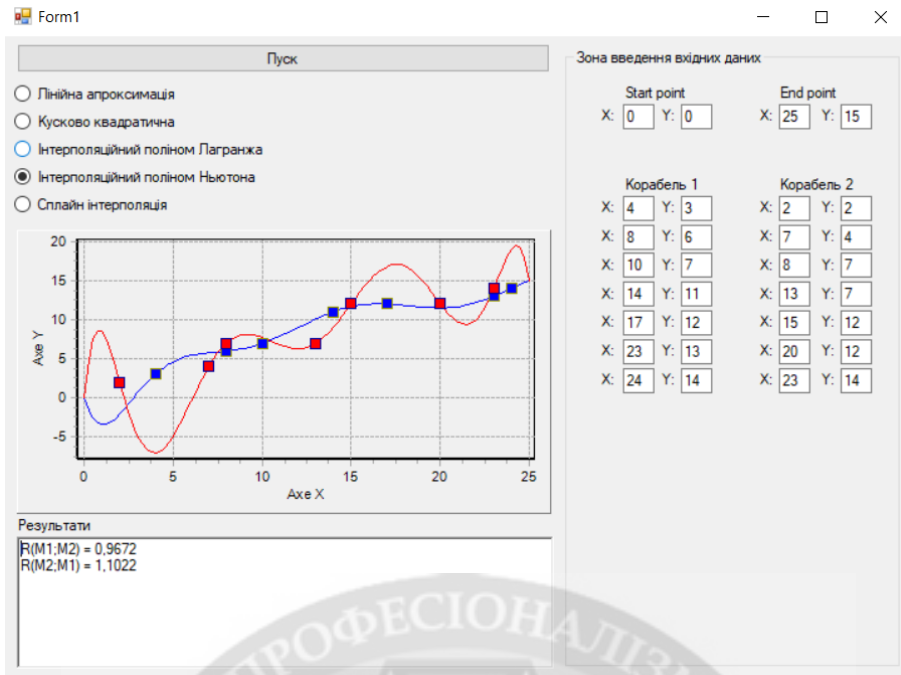


Рисунок 13 – Вікно результатів розрахунків значень величин $R(M_1, M_2)$ і $R(M_2, M_1)$ у випадку апроксимації за допомогою інтерполяційного поліному Ньютона на основі застосування формул (8)-(11)

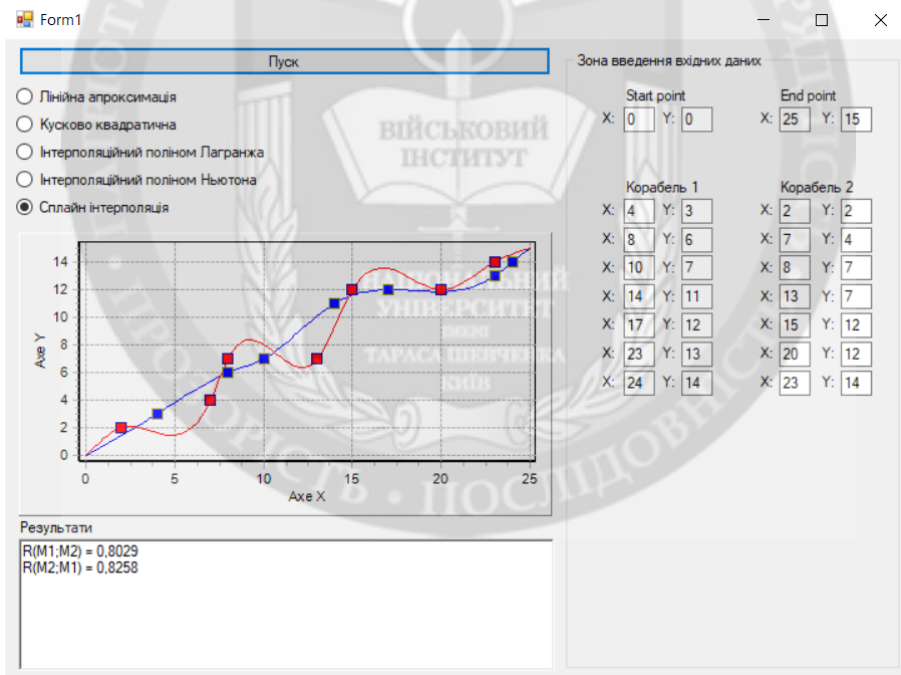


Рисунок 14 – Вікно результатів розрахунків значень величин $R(M_1, M_2)$ і $R(M_2, M_1)$ у випадку апроксимації за допомогою сплайн-інтерполяції на основі застосування формул (12)-(14)

Зведені дані розрахунку досліджуваних метрик для одного з варіантів початкових умов щодо маршрутів руху суден 1, 2 представлені в табл. 4, 5.

Таблиця 4

Результати відшукування величини $R_{\min j}$

Координати місцезнаходження 2-го судна $(x_j; y_j), j = \overline{1, k_2}$ в СВНО		Величина $R_{\min j}$, що знайдена при застосуванні				
		лінійної апроксимації на основі застосування формули (5)	кусково-квадратичної апроксимації на основі застосування формули (6)	інтерполяційного поліному Лагранжа на основі застосування формули (7)	інтерполяційного поліному Ньютона на основі застосування формул (8)-(11)	сплайн-інтерполяції на основі застосування формул (12)-(14)
0	0					
2	2	0,2	0,28	2,11	2,11	1,28
7	4	1,3	0,41	0,4	0,4	0,34
8	7	0	1,84	0,51	0,51	0,74
13	7	0,56	0,45	0,64	0,64	0,55
15	12	0,63	1,69	1,9	1,9	1,4
20	12	0,7	0,87	0,2	0,2	0,78
23	14	0,45	0,48	1	1	0,53
25	15					
		Значення метрики $R(M_1, M_2)$ при застосуванні відповідного виду апроксимації, що знаходяться на основі застосування формули (2)				
		0,5479	0,8583	0,9672	0,9672	0,8029

Таблиця 5

Результати відшукування величини $R_{\min i}$

Координати місцезнаходження 1-го судна $(x_i; y_i), i = \overline{1, k_1}$ в СВНО		Величина $R_{\min i}$, що знайдена при застосуванні				
		лінійної апроксимації на основі застосування формули (5)	кусково-квадратичної апроксимації на основі застосування ф-ли 6	інтерполяційного поліному Лагранжа на основі застосування формули (7)	інтерполяційного поліному Ньютона на основі застосування формул (8)-(11)	сплайн-інтерполяції на основі застосування формул (12)-(14)
0	0					
4	3	0,4	0,4	1,44	1,44	0,45
8	6	1	1	1,71	1,71	1,13
10	7	0,9	1	0,96	0,96	0,91
14	11	2,13	1,9	2,07	2,07	2,06
17	12	0,63	0,6	0,31	0,31	0,37
23	13	0,5	0,66	0,5	0,5	0,15
24	14	0,71	0,71	0,72	0,72	0,72
25	15					
		Значення метрики $R(M_2, M_1)$ при застосуванні відповідного виду апроксимації, що знаходяться на основі застосування формули (3)				
		0,8947	0,8944	1,1022	1,1022	0,8258

Висновки й перспективи подальших досліджень.

Порівняння даних, що наведені в табл. 4, 5, дозволяють зробити наступні висновки:

1. Як при розрахунку значень метрики $R(M_1, M_2)$, так і при розрахунку значень метрики $R(M_2, M_1)$, результат суттєво залежить від обраного методу апроксимації маршруту руху суден.

2. Висновок 1 дозволяє підтвердити необґрунтованість застосування лінійної апроксимації при прогнозуванні маршруту руху суден.

3. Достовірність висновків, що отримані за допомогою методу кластеризації маршрутів суден, як процедурного модуля автоматизованої системи обробки даних в системі висвітлення надводної обстановки, щодо ступеня подібності маршрутів є сумнівною.

4. Потребує подальшого дослідження питання впливу різних методів апроксимації маршрутів руху суден на величину кластера маршрутів.

За результатами проведеного дослідження можна зробити висновок про те, що запропонований підхід щодо перевірки гіпотези про доцільність застосування лінійної апроксимації у задачі побудови кластерів маршруту руху суден виявився ефективним.

Перспективами подальших досліджень авторам вбачається перевірка залежності величини кластера маршрутів руху суден від методу апроксимації, який застосовується для прогнозування виду їх маршрутів, а також удосконалення методу кластеризації маршрутів суден, як процедурного модуля автоматизованої системи обробки даних в системі висвітлення надводної обстановки, на основі вибору доцільного методу апроксимації при розрахунку метрики для встановлення ступеня подібності маршрутів.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Боровик О. В., Боровик Д. О., Костельна Т. В. Щодо необхідності удосконалення методу кластеризації маршрутів суден, як процедурного модуля автоматизованої системи обробки даних в системі висвітлення надводної обстановки // *Computer Systems and Information Technology* № 2 (2), 2020. – Хмельницький: РВЦ ХНУ, 2020. – С. 37-46.

2. Якимець Р. В. Методи кластеризації та їх класифікація // *Міжнародний науковий журнал* № 6, т. 2, 2016. – К.: Вид. КПІ, 2016. - С. 48-50.

3. Путренко В.В. Кластеризація геопросторових даних при інтелектуальному аналізі / В.В. Путренко, І.Г. Красовська // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2015. – №3 (73). – С. 45-52.

4. L. Kaufman and P. J. Rousseeuw. *Finding Groups in Data: An Introduction to Cluster Analysis*. John Wiley & Sons, 199.

5. A novel clustering algorithm for Mobile Ad Hoc Networks based on determination of virtual links weighted to increase network stability / Abbas Karimi, Abbas Afsharfania, Faraneh Zarafshan and S.A.R. Al-Haddad // *The Scientific World Journal*. – 2014. – Vol. 2014, Article ID 432952, 11 p. DOI: 10.1155/2014/432952.

6. Agarwal R. Review of weighted clustering algorithms for mobile ad-hoc networks / R. Agarwal, R. Gupta, M. Motwani // *Computer Science and Telecommunications*. – 2012. – Vol. 33, № 1. – P. 71-78.

7. Boychenko O. Multicriterion estimation of efficiency of mobile network clustering / O. Boychenko, V. Vorotnikov, Yu. Kulakov // *The Advanced Science Journal*. – 2015. – № 1. – P. 61-67. DOI: 10.15550/ASJ.2015.01.061.

8. Arguedas V. F., Pallotta G., Vespe M. Maritime Traffic Networks: From Historical Positioning Data to Unsupervised Maritime Traffic Monitoring. - *Transactions on intelligent transportation systems*, Vol. 19, № 3, March 2018. - P. 722-732.

9. Pan Sheng, Jingbo Yin Extracting Shipping Route Patterns by Trajectory Clustering Model Based on Automatic Identification System Data. - *Sustainability* 2018, 10.

10. Боровик О. В., Рачок Р. В., Мазур В. Ю. Методика виявлення просторових аномалій руху суден та її використання при оцінюванні ризиків у системі морської охорони «Гарт-12» // *Наука і оборона*. – 2018. - № 2. С. 65-69.

11. Чисельні методи: навчальний посібник / В.М.Задачин, І.Г. Конюшенко. –Х.: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. –180с.

12. Числові методи: навчальний посібник / С. М. Москвіна - Вінниця: ВНТУ, 2013. 326 с.

13. Методи статичної оптимізації. Навч. посіб. / Мовчан А.П., Степанець О.В. - К.: НТУУ «КПІ»,

2012. - 138 с.

14. Алгоритм аппроксимации функций с использованием метода Дж. Зойтендейка / О.О. Кряжич // Математичне моделювання в економіці. - 2016. - № 1(5). - С. 19-29.

15. Rambo J., Blaha M. UML 2.0 Object-Oriented Modeling and Development / J. Rambo, M. Blaha; - 2nd ed. - St. Petersburg: Piter, 2007. - 544 p.

16. McDonald, Matthew. WPF 4: Windows Presentation Foundation in NET 4.0 with examples for C# 2010 for professionals: - M.: LLC "I.D. William", 2011. - 1024 p.

17. Johnson Bruse Professional Visual Studio 2013/Bruse Johnson - Indianapolis: John Wiley & Sons, Inc., 2014 - 1048 p.

REFERENCES:

1. Borovyk, O.V., Borovyk, D.O. and Kostelna, T.V. (2020), "Shchodo neobkhidnosti udoskonalennia metodu klasteryzatsii marshrutiv suden, yak protsedurnoho modulia avtomatyzovanoi systemy obrobky danykh v systemi vysvitlennia nadvodnoi obstanovky" [Computer Systems and Information Technology № 2 (2)], RVTs KhNU, Khmelnytskyi, pp. 37-46.

2. Iakymets, R.V. (2016), "Metody klasteryzatsii ta yikh klasyfikatsiia" [Mizhnarodnyi naukovyi zhurnal № 6, t. 2], Vyd. KPI, Kiev, pp. 48-50.

3. Putrenko, V.V. and Krasovska, I.H. (2015), "Klasteryzatsiia heoprosorovykh danykh pry intelektualnomu analizi" [Radioelektronni i kompiuterni systemy №3 (73)], pp. 45-52.

4. L. Kaufman and P. J. Rousseeuw. Finding Groups in Data: An Introduction to Cluster Analysis. John Wiley & Sons, 199.

5. A novel clustering algorithm for Mobile Ad Hoc Networks based on determination of virtual links weighted to increase network stability / Abbas Karimi, Abbas Afsharfania, Faraneh Zarafshan and S.A.R. Al-Haddad // The Scientific World Journal. - 2014. - Vol. 2014, Article ID 432952, 11 p. DOI: 10.1155/2014/432952.

6. Agarwal R. Review of weighted clustering algorithms for mobile ad-hoc networks / R. Agarwal, R. Gupta, M. Motwani // Computer Science and Telecommunications. - 2012. - Vol. 33, № 1. - P. 71-78.

7. Boychenko O. Multicriterion estimation of efficiency of mobile network clustering / O. Boychenko, V. Vorotnikov, Yu. Kulakov // The Advanced Science Journal. - 2015. - № 1. - P. 61-67. DOI: 10.15550/ASJ.2015.01.061.

8. Arguedas V. F., Pallotta G., Vespe M. Maritime Traffic Networks: From Historical Positioning Data to Unsupervised Maritime Traffic Monitoring. - Transactions on intelligent transportation systems, Vol. 19, № 3, March 2018. - P. 722-732.

9. Pan Sheng, Jingbo Yin Extracting Shipping Route Patterns by Trajectory Clustering Model Based on Automatic Identification System Data. - Sustainability 2018, 10.

10. Borovyk, O.V., Rachok, R.V. and Mazur, V. Yu. (2018), "Metodyka vyivlennia prostorovykh anomalii rukhu suden ta yii vykorystannia pry otsiniuvanni ryzykiv u systemi morskoi okhorony «Hart-12»" [Nauka i oborona. № 2], pp. 65-69.

11. Zadachyn, V.M. and Koniushenko, I.H. (2014), "Chyselni metody", [Vyd. KhNEU im. S. Kuznetsia], Kharkiv, 180 p.

12. Moskvina, S. M. (2013), "Chyslovi metody", [VNTU], Vinnytsia, 326 p.

13. Movchan, A.P. and Stepanets, O.V. (2012), "Metody statychnoi optymizatsii", [NTUU «KPI»], Kiev, 138 p.

14. Kriazhych, O.O. (2016), "Alhorytm aproksymatsii funktsii z vykorystanniam metodu Dzh. Zoitendeika", [Matematychno modeliuвання v ekonomitsi. № 1(5)], pp. 19-29.

15. Rambo J., Blaha M. UML 2.0 Object-Oriented Modeling and Development / J. Rambo, M. Blaha; - 2nd ed. - St. Petersburg: Piter, 2007. - 544 p.

16. McDonald, Matthew. WPF 4: Windows Presentation Foundation in NET 4.0 with examples for C# 2010 for professionals: - M.: LLC "I.D. William", 2011. - 1024 p.

17. Johnson Bruse Professional Visual Studio 2013/Bruse Johnson - Indianapolis: John Wiley & Sons, Inc., 2014 - 1048 p.

Doctor of Technical Sciences, Professor Borovyk Oleh, Borovyk Dmytro
PECULIARITIES OF SETTING THE VALUE OF THE METRIC APPLICABLE TO IDENTIFY
THE SIMILARITY OF VESSEL ROUTES IN THE LIGHTING SYSTEM

The information component of the modern model of border protection in the maritime area is implemented using the integrated information and telecommunication system of the Marine Guard "Gart-12". The use of this system allows to obtain information about the current position of ships, port of departure and port of destination, type of cargo and other additional data. When choosing a vessel in the surface lighting system, it is possible to view the previous points of its route, obtained at certain discrete moments of time. The latter is necessary to establish possible signs of violation of the rules of the border regime by violators of border legislation. In this case, the visualization of the route is carried out using a linear approximation, and a possible violation of the rules of the border regime is established by comparing the route of an individual vessel and a cluster of routes connecting the departure and destination of the vessel. However, the use of linear approximation in the formation of a continuous approximation route of the vessel is questionable and unconfirmed. The influence of the type of approximation in the construction of a continuous route of the vessel through a set of discrete points of the vessel's location at fixed moments of time on the value of the metric used to establish the similarity of the route of two different vessels is investigated. The study involved: the formalization of the studied problem; analysis of the possibility of using linear, piecewise-square approximation, approximation using Lagrange interpolation polynomial and Newton's interpolation polynomial, as well as spline interpolation for its solution; calculation of metrics to establish the degree of similarity of ship routes; testing the hypothesis about the feasibility of applying a linear approximation based on a comparison of the results using different approximation methods. Software-algorithmic implementation of the solution of the researched problem, carried out by the authors, allows to automate the process of hypothesis testing and is the basis for further study of the influence of the type of approximation on the shape of the ship route cluster.

Keywords: metrics, approximation, surface lighting system, similarity of routes, clustering.

